

MATEMATICA (LM39)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ALGEBRA SUPERIORE

GenCod A001213

Docente titolare Salvatore SICILIANO

Insegnamento ALGEBRA SUPERIORE

Anno di corso 2

Insegnamento in inglese HIGHER ALGEBRA

Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/02

Percorso TEORICO

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea Magistrale

Sede Lecce

Crediti 9.0

Periodo Secondo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Tipo esame Orale

Per immatricolati nel 2016/2017

Valutazione Voto Finale

Erogato nel 2017/2018

Orario dell'insegnamento

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Il corso tratta gli aspetti principali della teoria degli anelli non commutativi e dei moduli su di essi.

PREREQUISITI

Prerequisiti: conoscenze basilari di teoria dei gruppi, teoria degli anelli e algebra lineare.

OBIETTIVI FORMATIVI

Far acquisire allo studente le conoscenze fondamentali della teoria degli anelli e dei moduli, un metodo di ragionamento rigoroso e la capacità di utilizzare il linguaggio specifico ed i metodi propri di questa disciplina. Lo studente è inoltre costantemente stimolato ad individuare collegamenti ed interazioni degli argomenti affrontati durante il corso con altre aree della matematica.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali.

MODALITA' D'ESAME

Prova orale.

ALTRE INFORMAZIONI UTILI

Orario di ricevimento: per appuntamento mediante e-mail all'indirizzo istituzionale del docente.

PROGRAMMA ESTESO

Moduli su un anello: definizione e prime proprietà. Teoremi di omomorfismo per moduli. Teorema di corrispondenza per moduli. Somme dirette interne ed esterne di una famiglia di moduli. Moduli semplici. Lemma di Schur e conseguenze. Serie di composizione di un modulo. Teorema di Jordan-Hölder per moduli. Richiami sugli insiemi parzialmente ordinati ed il Lemma di Zorn. Moduli noetheriani ed artiniani. Un modulo ammette una serie di composizione se e solo se è noetheriano ed artiniano. Anelli noetheriani ed anelli artiniani.

Algebre su un anello commutativo e unitario. Algebra degli endomorfismi di un modulo. Algebre su campi. Rappresentazioni di algebre. Algebre di matrici. Algebre gruppali. Corpi ed algebre di divisione. Algebre dei quaternioni generalizzati. Anelli semplici. Algebre semplici. Semplicità degli anelli di matrici su corpi.

Moduli semisemplici e loro caratterizzazioni. Zoccolo di un modulo. La classe dei moduli semisemplici su un anello è chiusa per sottomoduli e quozienti. Condizioni di catena in moduli semisemplici. Componenti isotipiche di un modulo. Decomposizione di un modulo semisemplice nella somma diretta delle sue componenti isotipiche.

Annullatore di un sottoinsieme di un modulo. Ideali destri e sinistri di un anello. Radicale di Jacobson di un anello e caratterizzazioni. Il radicale di Jacobson di un anello coincide con l'intersezione degli ideali destri massimali. Elementi quasiregolari. Elementi nilpotenti. Elementi idempotenti. Versione sinistra del radicale di Jacobson di un anello. Lemma di Nakayama. Ideali nilpotenti. Nilpotenza del radicale di Jacobson in anelli artiniani a destra. Anelli semiprimi e semiprimitivi.

Sottoanelli densi dell'anello degli endomorfi di uno spazio vettoriale su un corpo. Teorema della Densità di Jacobson. Moduli fedeli. Anelli primitivi. Teorema del doppio centralizzante. Caratterizzazione degli anelli semplici ed artiniani a destra. Ideali destri minimali di un anello. Decomposizione di Pierce. Teorema di Hopkins. Anelli semisemplici e caratterizzazioni. Struttura di un anello semisemplice. Teorema di Wedderburn-Artin e sue conseguenze. Algebre semisemplici. Algebre semisemplici su campi algebricamente chiusi. Algebre di divisione di dimensione finita su un campo. Teorema di Maschke. Cenni di teoria della rappresentazione dei gruppi finiti. Complemento del radicale di Jacobson di un'algebra. Teorema di Wedderburn-Malcev.

Base di un modulo. Moduli liberi. Moduli proiettivi. Un modulo è proiettivo se e solo se è un addendo diretto di un modulo libero. Un anello è semisemplice se e solo se ogni suo modulo è proiettivo. Moduli indecomponibili. Ideali destri minimalmente potenti di un anello. Moduli proiettivi indecomponibili su anelli artiniani a destra. Rivestimento proiettivo di un modulo.

TESTI DI RIFERIMENTO

I. M. Isaacs, Algebra. A graduate course. Brooks/Cole Publishing Company, California, 1994.
T. Y. Lam, A first course in noncommutative rings. Springer-Verlag, New York, 1991.
R. S. Pierce, Associative algebras. Springer-Verlag, New York, 1982.