

MATEMATICA (LB04)

(Università degli Studi)

Insegnamento STATISTICA MATEMATICA

GenCod A002758

Docente titolare ADRIANO BARRA

Insegnamento STATISTICA
MATEMATICA

Insegnamento in inglese
MATHEMATICAL STATISTICS

Settore disciplinare MAT/06

Corso di studi di riferimento
MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea

Crediti 6.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 42.0

Per immatricolati nel 2016/2017

Erogato nel 2018/2019

Anno di corso 3

Lingua ITALIANO

Percorso PERCORSO COMUNE

Sede

Periodo Secondo Semestre

Tipo esame Orale

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

- Prontuario di Probabilità (Definizioni cardine, distribuzioni classiche, Bayes, TLC e la distribuzione di Gauss)
- Prontuario di Termodinamica (Primo e Secondo Principio, il telaio riduzionista e la distribuzione di Gauss)
- Un problema pratico: equivalenza tra entropie di Shannon & Boltzmann. Analisi del modello di Ehrenfest
- Elementi di statistica multivariata
- Un problema pratico: il metodo dei minimi quadrati e le sue generalizzazioni.
- Speranza e varianza di combinazioni di variabili aleatorie, coefficiente di Pearson.
- La distribuzione del Chi-quadro.
- Modelli statistici: Modelli esponenziali e non.
- Teoria degli Stimatori.
- Il metodo dei momenti.
- Principio di Massima Verosimiglianza
- Verosimiglianze per tutte le distribuzioni classiche e verosimiglianza profilo
- Misure di Informazione: Shannon vs Fisher
- Disuguaglianza di Fréchet-Cramer-Rao
- Rapporto di verosimiglianza come test d'ipotesi
- Statistiche sufficienti e statistiche sufficienti minimali
- Criterio di fattorizzazione di Neymann-Fisher
- Stimatori ottimi, identità di Wald e Teorema di Rao-Blackwell
- Intervalli di fiducia: il metodo del pivot e la genesi dei test d'ipotesi
- test Z, test T, test χ^2 , test F (con utilizzo delle tavole)
- Impostazione Bayesiana dell'inferenza
- Inferenza come forma di apprendimento: gli esempi di Ehrenfest e dell'amico baro
- Stimatori bayesiani e test bayesiani per tutte le distribuzioni classiche
- Il Principio di Boltzmann dalla prospettiva di Jaynes nel linguaggio di Shannon
- Impostazione e soluzione asintotica del problema diretto (mediante Massima Entropia) per variabili booleane con prior, correlate o entrambe
- Impostazione e soluzione asintotica del problema inverso (mediante Massima Verosimiglianza) per variabili booleane con prior, correlate o entrambe

PREREQUISITI E' certamente auspicabile aver seguito con profitto il corso di Probabilità, tenuto dal Professor Carlo Sempi.
Inoltre, può risultare appagante aver seguito anche il modulo di Termodinamica (impartito all'interno del corso di Fisica III), tenuto dal Professor Gabriele Ingrosso.

OBIETTIVI FORMATIVI

Scopo principe del corso è introdurre lo studente al ragionamento statistico, cercando di farne comprendere l'importanza tanto teorica quanto pratica, in particolare nella ricerca scientifica. Si brama inoltre fornire lo stesso con i primi strumenti, tanto teorici quanto pratici, per l'elaborazione statistica dei dati.

Nello specifico:

Conoscenze e comprensione: Alla fine del corso, lo studente dovrebbe possedere una solida preparazione all'analisi statistica dei dati con un ampio spettro di conoscenze di base di tipo analitico.

Capacità di applicare conoscenze e comprensione: Parimenti, lo studente dovrebbe essere capace di implementare i principali metodi statistici in ambito scientifico (allo studente sarà offerta una pletera di esempi -presi da diverse branche della Scienza moderna- mediante i quali prendere dimistichezza con l'applicazione dei metodi statistici.) Inoltre, questi dovrà essere capace di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di Statistica, tanto teorica quanto applicata.

Autonomia di giudizio: A corso impartito, lo studente dovrebbe essere in grado di affrontare un problema da una chiara prospettiva metodologica scientifica: saprà in primis formulare il problema in esame all'interno di un telaio inferenziale robusto, consono e ragionevole (i.e. "razionalmente affrontabile"). Una volta "tradotta" la complessità del fenomeno reale da descrivere in termini formali -"statistici" nello specifico- in modelli matematici egli saprà parimenti risolverli ed interpretare, nel contesto di pertinenza, i risultati ottenuti mediante l'analisi statistica degli stessi.

Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire allo studente di fruire di una padronanza lessicale consona al dialogo scientifico tecnico (quindi essenzialità, stringatezza, chiarezza e rigore esplicativo), necessaria per disquisire nella loro opportuna cornice problemi concreti, idee e soluzioni per gli stessi.

Capacità di apprendimento. Saranno indicati argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento (ma presi da contesti applicati il più possibile in ragione delle passioni proprie dello studente, al fine di stimolarne la capacità di apprendimento autonomo).

METODI DIDATTICI Lezioni frontali alla lavagna

MODALITA' D'ESAME L'esame consta in una prova orale.

PROGRAMMA ESTESO

- ripasso di Teoria della Probabilità
- elementi di Statistica Multivariata
- distribuzioni marginali e condizionate
- metodo dei minimi quadrati
- propagazione dell'errore
- χ^2 : concetti, idee, metodi, errori Gaussiani
- media, moda, mediana e varianza campionaria
- teoria degli stimatori: concetti cardine
- il metodo dei momenti (o dell'analogia)
- inferenza mediante principio di massima verosimiglianza (PMV): teoria
- PMV per Bernoulli
- PMV per Poisson
- MPV per Gauss
- Funzione di score, Informazione di Fisher ed Entropia di Shannon
- stimatore efficiente: generalità
- teorema di Cramer-Rao
- identità di Waald
- teorema di Rao-Blackwell
- l'approccio di Kullback-Leibler
- normalità asintotica degli stimatori
- statistiche sufficienti e minimali
- criterio di Neyman-Fisher ed analogie con la meccanica statistica nelle fattorizzazioni
- tecniche di stima per intervallo
- il metodo del pivot
- statistica Z
- statistica T
- intervalli di confidenza per Bernoulli, Poisson e Gauss
- confronto tra due gruppi e rapporto di (log)-verosimiglianza monotono
- elementi di inferenza à la Bayes
- il modello di Ehrenfest
- la statistica Bayesiana come modello di apprendimento
- effetto di una prior rilevante e caso di prior uniforme e log-uniforme)
- inferenza simultanea sui primi momenti di una distribuzione mediante marginalizzazione Bayesiana
- paradossi apparenti dell'inferenza Bayesiana: sulla distribuzione a priori
- il principio di massima entropia (PME) di Jaynes
- PME per variabili booleane indipendenti: calcolo esplicito della funzione costo e dell'entropia di Shannon
- PME per variabili booleane correlate: calcolo esplicito della funzione costo e dell'entropia di Shannon
- equivalenza tra le entropie di Shannon e Boltzmann-Gibbs

TESTI DI RIFERIMENTO

- Gianfausto Salvadori, dispense per il corso di Statistica Matematica (fruibili presso il Dipartimento di Matematica e Fisica dell'Università del Salento)
- Alessandra Faggionato, dispense per il corso di Statistica Matematica (fruibili presso il Dipartimento di Matematica di Sapienza Università di Roma)
- Giorgio Parisi, Enzo Marinari, Trattatello di Probabilità, Dispense pubbliche disponibili in rete (2003)
- Luigi Pace, Alessandra Salvan, Introduzione alla statistica II: Inferenza, verosimiglianza, modelli (Cedam, 2011)