

# MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento GEOMETRIA II

GenCod A002743

**Docente titolare** Alessandro MONTINARO

**Insegnamento** GEOMETRIA II

**Anno di corso** 1

**Insegnamento in inglese** GEOMETRY II

**Lingua** ITALIANO

**Settore disciplinare** MAT/03

**Percorso** PERCORSO COMUNE

**Corso di studi di riferimento**  
MATEMATICA

**Tipo corso di studi** Laurea

**Sede** Lecce

**Crediti** 9.0

**Periodo** Secondo Semestre

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale: 63.0

**Tipo esame** Orale

**Per immatricolati nel** 2015/2016

**Valutazione** Voto Finale

**Erogato nel** 2015/2016

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

ITALIAN

L'obiettivo principale del corso è quello di fornire allo studente l'acquisizione delle competenze di base nell'ambito dell'Algebra Lineare e della Geometria Proiettiva nel piano con particolare riguardo alle coniche e alle curve algebriche piane.

ENGLISH

The aim of the course is to provide the acquisition of basic skills in Linear Algebra and PLANE Projective Geometry with particular regard to conics and algebraic plane curves.

### PREREQUISITI

ITALIAN

Aver sostenuto l'esame di Geometria I.

ENGLISH

Having passed Geometry I.

---

## OBIETTIVI FORMATIVI

### ITALIAN

**Conoscenze e comprensione.** Possedere una buona di conoscenza degli argomenti classici di Algebra Lineare e di Geometria Proiettiva del piano.

**Capacità di applicare conoscenze e comprensione.** Saper riprodurre autonomamente, in maniera rigorosa, i contenuti acquisiti nel corso. Saperli utilizzare nella risoluzione degli esercizi. Essere in grado di formalizzare problemi di svariata difficoltà, in modo da facilitare la loro analisi e risoluzione.

**Autonomia di giudizio.** Saper interpretare i dati ritenuti utili a determinare giudizi autonomi riguardanti sia problemi strettamente collegati alle tematiche sviluppate nel corso, sia problemi in cui gli argomenti del corso sono un utile strumento.

**Abilità comunicative.** Saper comunicare problemi, soluzioni e dimostrazioni inerenti ad argomenti sviluppati nel corso a interlocutori specialisti e non specialisti.

**Capacità di apprendimento.** Saper collegare correttamente, sintetizzare argomenti Algebra Lineare e di Geometria Proiettiva. Essere in grado di comprendere, autonomamente, testi sia di Algebra Lineare che di Geometria Proiettiva.

### ENGLISH

**Knowledge and understanding.** Have a good knowledge of the classical topics in Linear Algebra and Plane Projective Geometry.

**Applying knowledge and understanding.** To be able to reproduce the course contents acquired autonomously, in a rigorous manner. Know how to use them in the exercise resolution. Being able to formalize problems of various difficulty, in order to facilitate their analysis and resolution.

**Making Judgments.** Knowing how to interpret the useful data in order to make judgments concerning problems closely related to the course contents, and to problems in which the course topics are useful tools.

**Communication.** Knowing how to communicate problems, solutions and proofs of the course contents to specialists and non-specialist interlocutors.

**Lifelong Learning skills.** Knowing how to correctly put together, synthesize Linear Algebra and Projective Geometry topics. Being able to autonomously understand both Linear Algebra and Projection Geometry texts.

---

## METODI DIDATTICI

### ITALIAN

Lezioni frontali ed esercitazioni.

### ENGLISH

Lectures and exercises.

---

## MODALITA' D'ESAME

### ITALIAN

L'esame finale consiste di una prova scritta e di una prova orale. La prova scritta, la cui durata è di 2h 30', consiste di tre esercizi, è volta a verificare che gli studenti siano in grado di applicare i contenuti acquisiti nel corso. Nella prova scritta non è consentito l'uso di smartphone e calcolatori di alcun genere. Non è valutato ciò che è scritto a matita.

La prova orale, la cui durata è di circa 60', consiste di almeno tre domande ed è volta a verificare il grado di acquisizione e la capacità di esposizione rigorosa degli argomenti del corso.

Lo studente supera l'esame se consegue un voto maggiore o uguale a 18/30 sia alla prova scritta che a quella orale. Gli studenti che ottengono la sufficienza (18/30) alla prova scritta in un appello possono presentarsi alla prova orale entro sei mesi dalla prova scritta. La prova scritta è mantenuta per un massimo di due prove orali. Se lo studente non supera la prova orale due volte è tenuto a rifare la prova scritta. Sono, inoltre, previste due prove scritte intermedie (esoneri) da concordarsi con gli studenti che seguono il corso. Gli studenti che ottengono la sufficienza in entrambe le prove scritte sono esonerati dal sostenere la prova scritta fino alla sessione di Settembre e potranno presentarsi a sostenere la prova orale.

Gli studenti italiani dovranno prenotarsi per sostenere l'esame finale utilizzando esclusivamente le modalità online previste dal sistema VOL.

Gli studenti ERASMUS dovranno effettuare la prenotazione dell'esame via mail all'indirizzo: [alessandro.montinaro@unisalento.it](mailto:alessandro.montinaro@unisalento.it) almeno un giorno prima della data dell'esame. Nel caso di superamento della prova, la verbalizzazione del voto sarà effettuata mediante un verbale cartaceo.

### ENGLISH

The final exam consists of a written test and a verbal test. The duration of the written test is 2h 30'. The test consists of three exercises, and its aim is to certify the degree of applying of knowledge and understanding of the course contents. No smartphone or any type of calculators are allowed during the test. The part written by using pencils is not assessed.

The verbal exam, whose duration is about 60', consists of three questions. Its aim is to certify the knowledge and understanding of the course contents.

The student passes the exam if he/she obtains a grade greater than or equal to 18/30 for both the written and the verbal test. Students who obtain a sufficiency (18/30) from the written test in an appeal can attend the verbal exam within six months. The written test is held for a maximum of two verbal tests. If the student does not pass the verbal exam, then he/she is required to repeat the written test. In addition, intermediate written tests (exonerations) are scheduled to be agreed with the students who take the course. Students who obtain sufficiency in both exonerations are exempted from taking the written test up to the September session.

Italian students must register to take the final exam using only the online methods provided by the VOL system.

ERASMUS students must register the exam via email at: [alessandro.montinaro@unisalento.it](mailto:alessandro.montinaro@unisalento.it) at least one day before the exam date. In the case of passing the exam, the grade will be recorded using an appropriate written report.

---

## ALTRE INFORMAZIONI UTILI

### ITALIAN

Essere fortemente motivati nella comprensione e nello studio della matematica! Non pensare all'esame come fine a se stesso e indipendente dagli altri, ma come un momento di crescita e considerare gli argomenti sviluppati nel corso di Geometria II fortemente collegati agli argomenti sviluppati negli altri corsi.

### ENGLISH

Be strongly motivated in understanding and studying mathematics! Do not think of the exam as an end in itself and independent from others, but as a moment of growth and consider the topics developed in the course of Geometry II strongly linked to the topics developed in the other courses.

**Forme bilineari.** definizione, proprietà ed esempi. Spazio vettoriale delle forme bilineari. Matrice associata e rappresentazioni matriciali rispetto a basi diverse. Rango di una forma bilineare. Forme bilineari e simmetriche. Vettori ortogonali, vettori isotropi. Sottospazi ortogonali. Nucleo di una forma bilineare simmetrica. Forme bilineari simmetriche degeneri e non degeneri. Teorema di rappresentazione di Riesz per spazi vettoriali muniti di una forma bilineare, simmetrica non degenera. Forma quadratica associata e formula di polarizzazione. Basi ortogonali. Teoremi di esistenza delle stesse in spazi vettoriali su un campo algebricamente chiuso e sul campo dei numeri reali. Teorema di Sylvester e segnatura di una forma bilineare simmetrica reale. Classificazione degli spazi metrici reali.

**Prodotto scalare e spazio vettoriale euclideo.** Proprietà ed esempi. Norma di un vettore. Disuguaglianza di Schwarz, disuguaglianza triangolare. Angolo convesso (non orientato) tra vettori non nulli. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Proiezione ortogonale.

**Applicazione aggiunta ed endomorfismi simmetrici in uno spazio vettoriale euclideo.** Autovalori ed autovettori di un endomorfismo simmetrico. Correlazione tra forme bilineari, simmetriche ed endomorfismi simmetrici. Radice quadrata di un endomorfismo simmetrico semidefinito positivo.

**Trasformazioni ortogonali.** Caratterizzazione ed esempi. Gruppo ortogonale. Teorema di decomposizione polare. Classificazione delle trasformazioni ortogonali nel piano e nello spazio. Teorema di Eulero.

**Movimenti (isometrie).** Caratterizzazione ed esempi. Classificazione dei movimenti nel piano e nello spazio.

**Coniche e curve algebriche piane.** Piano proiettivo. Riferimento proiettivo. Coordinate proiettive omogenee. Trasformazioni proiettive. Gruppo proiettivo generale lineare 3-dimensionale. Coniche: definizione e proprietà proiettive. Rango di una conica. Classificazione proiettiva delle coniche in un piano proiettivo su un campo algebricamente chiuso e sul campo dei numeri reali. Polarità definita da una conica. Teorema di reciprocità. Punti interni ed esterni di una conica reale. Centro e diametri di una conica. Piano affine. Trasformazioni affini. Gruppo affine 2-dimensionale. Classificazione affine delle coniche in un campo algebricamente chiuso ed in  $\mathbb{R}$ . Gruppo delle isometrie (movimenti) nel piano. Classificazione metrica delle coniche. Riduzione a forma canonica dell'equazione di una conica. Fasci di coniche. Curve algebriche piane. Riducibilità. Significato geometrico dell'ordine. Teorema di Bezout (enunciato). Punti semplici, punti multipli e loro caratterizzazione. Punti di flesso e curva Hessiana. Esistenza di punti multipli e massimo numero di punti doppi. Studio di un punto cuspidale. Genere di una curva e curve razionali.

## ENGLISH

**Bilinear forms.** definition, properties and examples. The vector space of bilinear forms. Matrix associated to a bilinear form and matrix representations with respect to different bases. Rank of a bilinear form. Symmetric bilinear forms. Orthogonal vectors, isotropic vectors. Orthogonal subspaces. The kernel of a symmetric bilinear form. Degenerate and non-degenerate symmetric bilinear forms. The Riesz representation theorem for vector spaces with a non-degenerate symmetric bilinear form. Quadratic form and polarization formula. Orthogonal bases. Theorems of existence of orthogonal bases: the algebraically closed field case and on the real case. The Sylvester's theorem and signature of a real symmetric bilinear form. Classification of real metric spaces.

**Scalar product and Euclidean vector space.** Properties and examples. Norm of a vector. The Schwarz's inequality, the triangular inequality. Convex angle (not oriented) between non-zero vectors. Orthonormal bases. The Gram-Schmidt orthonormalization. Orthogonal projections.

**Adjoint map and symmetric endomorphisms in a Euclidean vector space.** Eigenvalues and eigenvectors of a symmetric endomorphism. Relation between bilinear, symmetrical and symmetrical endomorphisms. Square root of a positive semidefinite symmetric endomorphism.

**Orthogonal maps.** Characterization and examples. Orthogonal group. The polar decomposition

**Isometries.** Characterization and examples. Classification of the isometries in dimension 2 and 3.

**Conics and plane algebraic curves.** Projective plane. Projective frame. Homogeneous projective coordinates. Projective maps. The 3-dimensional linear general projective group. Conics: definition and projective properties. Rank of a conic. The projective classification of the conics: the algebraically closed field case and the real case. Polarity determined by a conic. The reciprocity theorem. Internal and external points of a real conic. Center and diameters of a conic. The affine plane. The affine maps. The 2-dimensional affine group. Affine classifications of conics in an algebraically closed field and in  $\mathbb{R}$ . The Group of isometries in the plane. Metric classification of conics. Canonical form of a conic. Conic bundles. Plane algebraic curves. Reducibility. Geometric meaning of the order. The Bezout's theorem (statement). Simple points, multiple points and their characterization. Flex points and the Hessian curve. The existence of multiple points and the maximum number of double points. The study of a cuspidal point. Curve type and rational curves.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

1. Dispense del corso (course notes)
2. A. Sanini, *Lezioni di Geometria*, Editrice Levriotto & Bella.
3. A. Sanini, *Esercizi di Geometria*, Editrice Levriotto & Bella.
4. M. Stoka, *Corso di Geometria Cedam*, Terza edizione, 1995.
5. M. Stoka, V. Pipitone, *Esercizie problemi di Geometria 1*, Cedam 1999.
6. E. Sernesi, *Geometria 1*, Bollati boringhioeri 1999.
7. C. Ciliberto, *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri 1994
8. S. Ronan, *Advanced Linear Algebra*, Springer, 2nd. ed. 2005. Appunti del Corso.