INGEGNERIA BIOMEDICA (LB49)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA II (MOD. A/B)

GenCod A005397

Docente titolare Donato SCOLOZZI

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA II (MOD. A/B)

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS AND

Settore disciplinare MAT/05

Corso di studi di riferimento INGEGNERIA BIOMEDICA

Tipo corso di studi Laurea

Crediti 12.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 108.0

Per immatricolati nel 2020/2021

Erogato nel 2021/2022

Anno di corso 2

Lingua ITALIANO

Percorso PERCORSO COMUNE

Sede Lecce

Periodo Primo Semestre

Tipo esame Orale

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Contenuti.
Serie Numeriche. Successioni e serie di funzioni. Serie di Taylor e di Fourier.
Limiti e continuità in più variabili: Richiami sulle proprietà algebriche, metriche e topologiche di R^n.
Continuità per funzioni di più variabili. Teoremi di Weierstrass, dei valori intermedi, di Heine-Cantor.
Calcolo differenziale in più variabili: Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Conseguenze della differenziabilità. Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili. Estremi liberi e vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.
Curve ed integrali di linea. Curve regolari. Curve equivalenti. Definizione e calcolo della lunghezza di una curva.
Integrali di linea di funzioni e di campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi. Calcolo dei potenziali.
Equazioni differenziali: soluzioni locali, massimali, globali. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità globale (*). Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità per equazioni di ordine superiore. Equazioni lineari: integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee (*). Equazioni del I° ordine (*). Metodo di Lagrange o della variazione dei parametri. Equazioni a coefficienti costanti: descrizione del metodo di risoluzione. Altre equazioni integrabili elementarmente: a variabili separabili, omogenee, di Bernoulli, autonome.
Integrali multipli: integrale di Lebesgue. Integrali doppi e tripli. Formule di riduzione nel caso di domini normali. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Passaggio al limite sotto il segno d'integrale. Superfici regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie ed integrali di superficie per funzioni scalari. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza in due e tre dimensioni.
Geometria nel piano e nello spazio. Forme quadratiche: Definizioni. Matrici definite, semidefinite e indefinite.
Richiami su Spazi euclidei. Definizione, norma, distanza e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz e di Minkowski. Complementi di Geometria analitica del piano: Trasformazioni del piano. Coniche e loro classificazione. Geometria analitica dello spazio. Rette, piani e sfere: equazioni cartesiane e parametriche e posizioni reciproche. Cenni sulle quadriche. Trasformazioni nello spazio.

Contents.
Numerical Series. Sequences and series of functions. Taylor and Fourier series.
Limits and continuity in several variables: Review of the algebraic, metric and topological properties of R ^ n.
Continuity for functions of several variables. Weierstrass, intermediate value, Heine-Cantor theorems.
Differential calculus in several variables: Directional derivatives and partial derivatives. Differentiability of a function. Consequences of differentiability. Maximum and minimum relative of a function of several variables. Free and bound extremes. Method of Lagrange multipliers.
Curves and line integrals. Regular curves. Equivalent curves. Definition and calculation of the length of a curve.
Line integrals of functions and vector fields. Conservative vector fields. Calculation of potentials.
Differential equations: local, maximal, global solutions. Cauchy's problem. Theorem of existence and global uniqueness (*). Local existence and uniqueness theorem. Existence and uniqueness theorem for higher order equations. Linear equations: general integral for homogeneous and non-homogeneous equations (*). 1st order equations (*). Lagrange method or the variation of parameters. Equations with constant coefficients: description of the solution method. Other elementary integrable equations: with separable, homogeneous, Bernoulli, autonomous variables.
Multiple integrals: Lebesgue integral. Double and triple integrals. Reduction formulas in the case of normal domains. Variable change theorem for multiple integrals. Passage to the limit under the integral sign. Regular surfaces, tangent plane and normal versor. Area of a surface and surface integrals for scalar functions. Flow of a vector field. Divergence theorem in two and three dimensions.

Geometry in the plane and in space. Quadratic forms: Definitions. Definite, semidefinite and indefinite matrices.
Recalls on Euclidean spaces. Definition, norm, distance and Cauchy-Schwarz and Minkowski inequality. Complements of analytical geometry of the plane: Transformations of the plane. Conics and their classification. Analytic geometry of space. Lines, planes and spheres: Cartesian and parametric equations and reciprocal positions. Notes on quadrics. Transformations in space.

PREREQUISITI

Il corso di Analisi Matematica e Geometria I
Mathematical Analysis and Geometry I

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Possedere una solida preparazione con conoscenze di Analisi Matematica in più variabili, in vista delle applicazioni nell'Ingegneria Industriale.
Capacità di applicare conoscenze e comprensione:
essere in grado di studiare le funzioni di più variabili reali, **#** essere in grado di calcolare integrali multipli, di linea e di superficie, risolvere Problemi di Cauchy per equazioni differenziali, **#** essere consapevoli delle possibili applicazioni delle nozioni apprese per materie diverse dalla matematica, in particolare in fisica e ingegneria. # conoscere i principali elementi della teoria delle matrici e della geometria del piano e dello spazio.
Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.
Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi Matematica e la Geometria.
Capacità di apprendimento. Saranno proposti argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.

Knowledge and understanding. To have a solid background with knowledge of Mathematical Analysis in several variables, in view of applications in Industrial Engineering.
Ability to apply knowledge and understanding:
Be able to study the functions of several real variables, # be able to calculate multiple, line and surface integrals, solve Cauchy problems for differential equations, # be aware of the possible applications of notions learned for subjects other than mathematics , particularly in physics and engineering. # to know the main elements of the theory of matrices and of the geometry of the plane and of space.
Autonomy of judgment. The exposition of contents and arguments will be carried out in order to improve the student's ability to recognize rigorous demonstrations and identify fallacious reasoning.
Communication skills. The presentation of the topics will be carried out in such a way as to allow the acquisition of a good ability to communicate problems, ideas and solutions regarding Mathematical Analysis and Geometry.
Learning ability. Topics to be explored, strictly related to teaching, will be proposed in order to stimulate the student's ability to learn independently.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali e risoluzione di esercizi in aula (a distanza).
The course consists of frontal lessons using slides and classroom exercises (on line).

MODALITA' D'ESAME	L'esame si compone di due parti. Nella prima lo studente affronta una prova scritta contenente esercizi e domande di teoria relative al programma svolto. La seconda parte, a esclusiva discrezione dello studente, consiste in una prova orale. A first written test and a second written test

PROGRAMMA ESTESO

Programma del corso

Serie numeriche: Serie convergenti e condizione di Cauchy (con dim). Serie divergenti positivamente e negativamente. Condizione necessaria per la convergenza (con dim.). Convergenza della serie armonica e della serie geometrica (con dim.). Serie a termini positivi. Carattere delle serie a termini positivi (con dim). Criterio del confronto e del confronto asintotico (con dim). Criterio dell'integrale improprio. Criterio del rapporto . Criterio della radice (con dim.). Criterio di condensazione. Serie armonica generalizzata. Serie assolutamente convergenti e proprietà. Serie a segni alterni e criterio di Leibniz (con dim.).

Successioni e serie di funzioni: Successioni e serie di funzioni. Convergenza puntuale ed uniforme. Studio della convergenza puntuale ed uniforme. Continuità del limite uniforme. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale (con dim) e di derivata. Serie di funzioni. Convergenza puntuale, uniforme ed assoluta di una serie di funzioni. Continuità della somma di una serie, teorema di integrazione termine a termine e di derivazione termine a termine. Convergenza totale di una serie di funzioni. Convergenza uniforme di una serie totalmente convergente. Criterio di Weierstrass. Serie di potenze. Proprietà di convergenza assoluta (con dim.). Raggio di convergenza. Proprietà del raggio di convergenza. Calcolo del raggio di convergenza; criterio del rapporto e della radice. Serie ottenute per derivazione e integrazione e loro raggio di convergenza. Serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor e sviluppi delle funzioni elementari. Serie di Fourier. Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Coefficienti di Fourier e serie di Fourier. Funzioni continue a tratti e regolari a tratti. Sviluppabilità in serie di Fourier. Uguaglianza di Parseval. Serie di Fourier di funzioni di periodo arbitrario.

Spazi Euclidei: Forme bilineari e forme quadratiche: definizioni e proprietà. Matrice associata (con dim.) e cambiamenti di base (con dim.). Esempi. Segno di una forma quadratica, matrici definite, semidefinite e indefinite. Forma normale e Teorema di Sylvester, criterio di Sylvester (con dim. nel caso n= 2). Esempi. Spazi euclidei: Definizioni, norma, distanza e perpendicolarità. Esempi. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz (con dim.) e di Minkowski (con dim.), angolo fra due vettori, basi ortonormali e matrici, proiezione su un sottospazio, applicazione aggiunta ed endomorfismi simmetrici, teorema spettrale.

Geometria nel piano e nello spazio: Complementi di Geometria analitica del piano: Trasformazioni del piano. Coniche e loro classificazione. Geometria analitica dello spazio. Rette, piani e sfere: equazioni cartesiane e parametriche e posizioni reciproche. Cenni sulle quadriche. Trasformazioni nello spazio.

Limiti e continuità in più variabili: Richiami sulle proprietà algebriche di R^n. Distanza e norma in R^n. Intorni sferici, intorni di un punto e punti di accumulazione in R^n. Insiemi aperti, chiusi e loro proprietà. Insiemi limitati in R^n. Chiusura, interno, frontiera e derivato di un sottoinsieme di R^n.Insiemi connessi per poligonali e insiemi connessi. Insiemi convessi e insiemi stellati. Successioni e limiti. Proprietà del limite di successioni. Insiemi compatti e loro caratterizzazione. Limite di funzioni. Caratterizzazione del limite di funzioni mediante successioni. Rette in R^n ed equazioni parametriche. Direzioni in Rn. Continuità per funzioni di più variabili. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Uniforme continuità. Teorema di Heine-Cantor. Funzioni Lipschitziane. Funzioni vettoriali di una variabile.

Calcolo differenziale in più variabili: Differenziabilità. Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Continuità delle funzioni differenziabili (con dim.). Gradiente. Relazioni tra differenziabilità ed esistenza di derivate direzionali (con dim.). Teorema del differenziale totale (con dim.). Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwartz sull'inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor al secondo ordine. Funzioni di più variabili a valori vettoriali. Componenti di una funzione a valori vettoriali. Limiti, continuità, derivate direzionali, differenziale delle funzioni vettoriali. Matrice Jacobiana. Teorema sulla differenziabilità delle funzioni composte. Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili. Massimi e minimi relativi (propri), assoluti e vincolati. Matrice hessiana e sue proprietà. Punti stazionari. Condizione necessaria sul gradiente (con dim.). Studio dei punti di massimo e minimo relativi ed assoluti

utilizzando la matrice Hessiana (con dim.). Condizioni necessarie e sufficienti sui minori dell'Hessiano. Caso particolare delle funzioni di due variabili. Punti di sella. Studio di massimi e minimi assoluti su insiemi chiusi e limitati. Massimi e minimi vincolati; metodo dei moltiplicatori di Lagrange.
Curve ed integrali curvilinei: Curve regolari. Curve equivalenti. Orientamento di una curva. Definizione della lunghezza di una curva. Teorema di rettificabilità. Integrali curvilinei di funzioni e di campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi. Teorema sulle primitive di un campo (con dim.). Caratterizzazioni dei campi conservativi continui (con dim.). Irrotazionalità dei campi conservativi (con dim.). Condizione sufficiente sugli aperti stellati. Calcolo delle primitive.
Equazioni differenziali: soluzioni locali, massimali, globali. Problema di Cauchy. Riduzione di un'equazione differenziale di ordine k ad un sistema di k equazioni differenziali del primo ordine. Equivalenza del problema di Cauchy con il problema di Liouville (con dim.). Lemma di Gronwall (con dim.). Teorema di esistenza e unicità globale (con dim.). Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità per equazioni di ordine superiore. Equazioni lineari: integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee (con dim.). Equazioni lineari del primo ordine (con dim.). Metodo di Lagrange o della variazione dei parametri. Equazioni a coefficienti costanti: descrizione del metodo di risoluzione. Altre equazioni integrabili elementarmente: a variabili separabili, omogenee, di Bernoulli, autonome.
Integrali multipli secondo Lebesgue. Misura di insiemi normali nel piano e nello spazio. Definizione di integrale di una funzione continua di più variabili. Suddivisioni, somme inferiori e superiori, Definizione di integrabilità. Formule di riduzione. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli.Cambiamento di variabili in coordinate polari in R^2. Cambiamento di variabili in coordinate sferiche e cilindriche in R^3.Superficie regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie ed integrali di superficie per funzioni scalari. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza in due e tre dimensioni.

Course program

Numerical series: Convergent series and Cauchy condition (with dim). Positive and negative diverging series. Necessary condition for convergence (with dim.). Convergence of the harmonic series and of the geometric series (with dim.). Series with positive terms. Character of series with positive terms (with dim). Criterion of comparison and asymptotic comparison (with dim). Improper integral criterion. Ratio criterion. Root criterion (with dim.). Condensation criterion. Generalized harmonic series. Absolutely converging series and properties. Series with alternating signs and Leibniz criterion (with dim.).
Sequences and series of functions: Sequences and series of functions. Pointwise and uniform convergence. Study of punctual and uniform convergence. Continuity of the uniform limit. Theorems of passage to the limit under the sign of integral (with dim) and of derivative. Function series. Pointwise, uniform and absolute convergence of a series of functions. Continuity of the sum of a series, term-to-term integration theorem and term-to-term derivation. Total convergence of a series of functions. Uniform convergence of a totally convergent series. Weierstrass criterion. Power series. Absolute convergence property (with dim.). Radius of convergence. Properties of the convergence radius. Calculation of the convergence radius; ratio and root criterion. Series obtained by derivation and integration and their radius of convergence. Taylor series. Taylor's series developability criterion and development of elementary functions. Fourier series. Trigonometric polynomials and trigonometric series. Fourier coefficients and Fourier series. Piecewise continuous and piecewise regular functions. Developability in Fourier series. Parseval equality. Fourier series of functions of arbitrary period.
Euclidean spaces: Bilinear and quadratic forms: definitions and properties. Associated matrix (with dim.) And base changes (with dim.). Examples. Sign of a quadratic form, definite, semidefinite and indefinite matrices. Normal form and Sylvester's theorem, Sylvester's criterion (with dim. In the case n = 2). Examples. Euclidean spaces: Definitions, norm, distance and perpendicularity.

Cauchy-Schwarz inequality (with dim.) And Minkowski (with dim.), Angle between two vectors, orthonormal bases and matrices, projection on a subspace, addition application and symmetric endomorphisms, spectral theorem.

Geometry in the plane and in space: Complements of Analytic Geometry of the plane: Transformations of the plane. Conics and their classification. Analytic geometry of space. Lines, planes and spheres: Cartesian and parametric equations and reciprocal positions. Notes on quadrics. Transformations in space.

Limits and continuity in several variables: Review of the algebraic properties of R^n. Distance and norm in R^n. Spherical neighborhoods, neighborhoods of a point and accumulation points in R^n. Open and closed sets and their properties. Bounded sets in R^n. Closure, interior, boundary and derivative of a subset of R^n. Connected sets for polygons and connected sets. Convex sets and starry sets. Sequences and limits. Properties of the limit of sequences. Compact sets and their characterization. Limit of functions. Characterization of the limit of functions by sequences. Lines in R^n and parametric equations. Directions in R^n. Continuity for functions of several variables. Weierstrass theorem. Intermediate value theorem. Uniform continuity. Heine-Cantor theorem. Lipschitz functions. Vector functions of a variable.

Differential calculus in several variables: Differentiability. Directional derivatives and partial derivatives. Differentiability of a function. Continuity of differentiable functions (with dim.). Gradient. Relations between differentiability and existence of directional derivatives (with dim.). Total differential theorem (with dim.). Partial derivatives of higher order. Schwartz's theorem on the inversion of the derivation order. Taylor's second order formula. Functions of several vector-valued variables. Components of a vector-valued function. Limits, continuity, directional derivatives, differential of vector functions. Jacobian matrix. Theorem on the differentiability of compound functions. Maximum and minimum relative of a function of several variables. Maximum and minimum relative (own), absolute and constrained. Hessian matrix and its properties. Stationary points. Necessary condition on the gradient (with dim.). Study of relative and absolute maximum and minimum points using the Hessian matrix (with dim.). Necessary and sufficient conditions on Hessian minors. Special case of functions of two variables. Saddle points. Study of absolute maximums and minimums on closed and bounded sets. Maximum and minimum constrained; method of Lagrange multipliers.

Curves and curvilinear integrals: Regular curves. Equivalent curves. Orientation of a curve. Definition of the length of a curve. Rectifiability theorem. Curvilinear integrals of functions and vector fields. Conservative vector fields. Theorem on primitives of a field (with dim.). Characterizations of continuous conservative fields (with dim.). Irrotationality of conservative fields (with dim.). Sufficient condition on an open starlike set. Calculation of primitives.

Differential equations: local, maximal, global solutions. Cauchy's problem. Reduction of a differential equation of order k to a system of k first order differential equations. Equivalence of the Cauchy problem with the Liouville problem (with dim.). Gronwall lemma (with dim.). Theorem of existence and global uniqueness (with proof). Local existence and uniqueness theorem. Existence and uniqueness theorem for higher order equations. Linear equations: general integral for homogeneous and non-homogeneous equations (with dim.). Linear equations of the first order (with dim.). Lagrange method or the variation of parameters. Equations with constant coefficients: description of the solution method. Other elementary integrable equations: with separable, homogeneous, Bernoulli, autonomous variables.

Multiple integrals: Measurement of normal sets in the plane and in space. Definition of integral of a continuous function of several variables. Subdivisions, lower and upper sums, Definition of integrability. Reduction formulas. Theorem of change of variable for multiple integrals. Change of variables in polar coordinates in R^2. Change of variables in spherical and cylindrical coordinates in R^3. Regular surface, tangent plane and normal versor. Area of a surface and surface integrals for scalar functions. Flow of a vector field. Divergence theorem in two and three dimensions.

TESTI DI RIFERIMENTO	A. Albanese, A.Leaci e D.Pallara, Appunti del corso di Analisi Matematica II, **vedere in MATERIALE DIDATTICO.** M.Bramanti, C.D.Pagani e S.Salsa: Analisi Matematica 2, Zanichelli, Bologna, 2009. N.Fusco, P.Marcellini, C.Sbordone: Lezioni di analisi matematica due, Zanichelli, Bologna, 2020. P.Marcellini, C.Sbordone: Esercitazioni di Matematica, Volume 2, parte I e II, Liguori Editore, Napoli, 1991