

# MATEMATICA (LM39)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

GenCod A004901

Docente titolare Diego PALLARA

**Insegnamento** EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

**Insegnamento in inglese** PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

**Settore disciplinare** MAT/05

**Corso di studi di riferimento** MATEMATICA

**Tipo corso di studi** Laurea Magistrale

**Crediti** 9.0

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale: 63.0

**Per immatricolati nel** 2018/2019

**Erogato nel** 2019/2020

**Anno di corso** 2

**Lingua** ITALIANO

**Percorso** PERCORSO COMUNE

**Sede** Lecce

**Periodo** Secondo Semestre

**Tipo esame** Orale

**Valutazione** Voto Finale

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Principali esempi di equazioni alle derivate parziali e principali metodi risolutivi.

### PREREQUISITI

Nozioni elementari di Analisi Matematica, Algebra lineare e Geometria differenziale. Teoria della misura ed elementi di Analisi funzionale lineare.

### OBIETTIVI FORMATIVI

- Conoscenze e comprensione: esempi significativi e metodi risolutivi per equazioni alle derivate parziali.
- Capacità di applicare conoscenze e comprensione: capacità di estendere risultati e metodi a casi non studiati in dettaglio nel corso.
- Autonomia di giudizio: capacità di orientarsi criticamente nella bibliografia più avanzata.
- Abilità comunicative: esposizione delle conoscenze acquisite in modo comprensibili a chi abbia i prerequisiti in ingresso.
- Capacità di apprendimento: possibilità di proseguire autonomamente lo studio di argomenti più avanzati.

### METODI DIDATTICI

Lezioni in aula

### MODALITA' D'ESAME

Una prova orale in cui si richiede allo studente di esporre argomenti del programma, eventualmente con piccole varianti per accertare la dimestichezza nell'uso delle tecniche studiate.

---

## PROGRAMMA ESTESO

Generalita'. Equazioni del primo ordine: curve caratteristiche per equazioni quasi lineari e problema di Cauchy per variet' iniziali non caratteristiche, strisce caratteristiche per equazioni non lineari e problema di Cauchy nel cilindro. Teoria delle distribuzioni: funzioni test, convergenza, distribuzioni, operazioni tra distribuzioni, derivazione. Spazio di Schwartz e distribuzioni temperate, trasformata di Fourier delle distribuzioni temperate. Operatori lineari generali, operatori ipoellittici, analitico-ipoellittici. Teorema di Cauchy-Kowalevsky. Soluzione fondamentale per operatori a coefficienti costanti, caratterizzazione dell'ipoellitticita' e dell'ipoellitticita' analitica. Teorema di Malgrange-Ehrenpreis. Esempio di Hans Lewy. Soluzione fondamentale degli operatori differenziali ordinari, dell'operatore del calore, delle onde. Problemi di Cauchy: equazione del calore in  $\mathbb{R}^n$ , delle onde in dimensione 1 e 3, 2 di Ornstein-Uhlenbeck. Misura immagine e soluzione dell'equazione del calore con il moto browniano. Operatore di Laplace: soluzione fondamentale, proprieta' del valor medio, principio del massimo, disuguaglianza di Harnack. Nucleo di Poisson per il semipiano e per la palla; funzione di Green e risoluzione dei problemi di Dirichlet e di Neumann nella palla. Funzioni subarmoniche e metodo di Perron per la risoluzione del problema di Dirichlet in un dominio. Funzioni barriera e punti regolari. Esempio di Lebesgue. Potenziale newtoniano ed equazione di Poisson con densita' hoelderiana. Introduzione ai metodi variazionali: osservazioni su principio di Dirichlet, metodi classici e metodi diretti nel calcolo delle variazioni. Funzioni semicontinue. Derivate deboli. Spazi di Sobolev: definizione, approssimazione con funzioni regolari, estensioni, tracce, teoremi di immersione di Sobolev e Morrey. Metodi variazionali per le equazioni ellittiche: Lemma di Lax-Milgram, Teorema dell'alternativa di Fredholm e teoremi di esistenza di soluzioni in  $H^1_0$  per operatori ellittici in forma divergenza con coefficienti misurabili limitati. Spettro di un operatore ellittico in aperti limitati. Regolarita' delle soluzioni deboli: metodo di Nirenberg dei quozienti differenziali per la regolarita'  $H^2$  all'interno ed alla frontiera. Metodi variazionali per operatori parabolici

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

- L. Anzilli, M. Carriero, Introduzione alle equazioni a derivate parziali lineari, Q 1/2015, coordinamento SIBA, Universita' del Salento
- E. DiBenedetto, Partial Differential Equations Birkhauser, 1995
- G. Eskin, Lectures on Linear Partial Differential Equations, Amer. Math. Soc. 2011
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, Amer. Math. Soc. 1998.
- D. Gilbarg, N. Trudinger, Elliptic partial Differential Equations of Second Order, Springer 1983.
- F. John, Partial Differential Equations, Springer 1982.
- F. Trèves, Basic Linear Partial Differential Equations, Academic Press 1975.