MATEMATICA (LM39)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE I

GenCod A004883

Insegnamento ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE I

Insegnamento in inglese FOUNDATIONS OF HIGHER ANALYSIS I

Settore disciplinare MAT/05

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea Magistrale

Crediti 6.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 42.0

Per immatricolati nel 2018/2019

Erogato nel 2018/2019

Anno di corso 1

Lingua ITALIANO

Percorso PERCORSO COMUNE

Docente Michele CARRIERO

Sede Lecce

Periodo Primo Semestre

Tipo esame Orale

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO	Spazi di Banach, di Hilbert e teoria spettrale.
PREREQUISITI	Algebra Lineare, Topologia generale, Analisi Matematica di base.
OBIETTIVI FORMATIVI	Il Corso si propone di dare una introduzione al linguaggio, ai metodi e risultati fondamentali dell'Analisi Funzionale Lineare, estendendo tecniche e risultati noti dell'Algebra Lineare a spazi a dimensione infinita. Lo Studente dovrà essere in grado di discutere proprietà e alcune applicazioni della Geometria degli Spazi di Banach.
METODI DIDATTICI	Lezioni frontali con esercitazioni in aula su specifici argomenti.
MODALITA' D'ESAME	L'esame consiste di una prova scritta su 4 domande (in cui è richiesta l'esposizione di risultati presentati nel corso) da svolgere in 2 ore, e un colloquio successivo, se sono necessari alcuni approfondimenti.
ALTRE INFORMAZIONI UTILI	L'**orario di ricevimento** è pubblicato sulla pagina https://www.unisalento.it/scheda-utente/-/people/michele.carriero/notizie

PROGRAMMA ESTESO

1. Spazi vettoriali reali (complessi), Spazi normati, Spazi metrici. Insiemi aperti, chiusi, successioni convergenti, separabilità, applicazioni continue tra spazi normati. Successioni di Cauchy e proprietà. Spazi normati completi (spazi di Banach). Serie convergenti negli spazi normati e relativo teorema di completezza. Spazio quoziente normato e teorema di completezza. Operatori lineari, operatori limitati. Continuità degli operatori lineari limitati. Lo spazio di Banach degli operatori lineari limitati B(X; Y) (X spazio normato, Y spazio di Banach). Operatore integrale e operatore di derivazione. Omeomorfismo tra uno spazio normato a dimensione finita N sul campo K (K = R, K = C) e K^N . Norme equivalenti. In uno spazio a dimensione finita tutte le norme sono equivalenti. Insiemi compatti, relativamente compatti, precompatti: caratterizzazioni in spazi metrici (en.). La palla unitaria chiusa di uno spazio normato X è compatta se e solo se X ha dimensione finita. *Esercitazione*: Alcuni spazi classici : C^0 ([a; b];R); (spazi di successioni) l^1, l^p (1 < p < infinito, p=infinito), c, c^0 e loro completezza. **2.** Funzionali lineari, funzionali limitati. Spazio duale (di Banach) di uno spazio normato X, B(X;K) =: X*. Convergenza debole su X e convergenza debole* su X*: definizione e proprietà. Equivalenza della convergenza debole, della convergenza debole * e della convergenza forte (in norma) in uno spazio a dimensione finita. Compattezza della palla unitaria chiusa di X* rispetto alla convergenza debole* (Teorema di Banach- Alaoglu- Bourbaki).Teorema di compattezza (di Ascoli-Arzela) in C^0 (E;R^n) (E spazio metrico compatto). *Esercitazione*: Spazi l^p; c ;c^0 : dualità e separabilità. ***3.*** Lemma di Zorn. Teorema di estensione di Hahn-Banach per funzionali lineari reali (forma analitica). Teorema di estensione per funzionali su K, lineari limitati . Corollari. Riflessività. Compattezza debole in uno spazio riflessivo. Insiemi di I e II categoria in uno spazio metrico. Teorema di Baire-Hausdoff.(Ogni spazio metrico completo è di II categoria). Principio di uniforme limitatezza di Banach-Steinhaus. Continuità del limite puntuale. Teorema dell'applicazione aperta. Teorema di limitatezza dell'operatore inverso. Corollario. Teorema del grafico chiuso. *Esercitazione*: Spazi lp; c ;c^0 : riflessività. **4.** Spazi di Hilbert: definizione e proprietà elementari (prodotto scalare, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, identità del parallelogramma). Proiezione su un convesso chiuso. Lo spazio duale di uno spazio di Hilbert (teorema di rappresentazione di Riesz). Convergenza debole in uno spazio di Hilbert. Compattezza debole in uno spazio di Hilbert: estensione del Teorema di Bolzano-Weierstrass. Operatori strettamente definiti positivi e relativo teorema. *Esercitazione:* Somme di Hilbert. Basi ortonormali: esistenza di basi ortonormali in uno spazio di Hilbert separabile. Completezza di un sistema ortonormale. **5.** Operatori aggiunti e proprietà. Operatori compatti: proprietà. Lo spazio di Banach K(X; Y), di B(X; Y) , degli operatori compatti. Operatori di rango finito F(X; Y) di K(X; Y) di B(X; Y). Compattezza di operatori integrali. Teorema di Schauder (aggiunto di un operatore compatto). Operatori compatti su uno spazio di Hilbert. Teorema di Fredholm. Alternativa di Fredholm. Insieme risolvente, spettro di un operatore lineare limitato su uno spazio di Hilbert. Spettro di un operatore lineare compatto su uno spazio di Hilbert. Operatori autoaggiunti (simmetrici). Limitazioni per lo spettro di un operatore autoaggiunto. Teorema spettrale (di Hilbert-Schmidt, per operatori compatti autoaggiunti su spazi

TESTI DI RIFERIMENTO

H. Brezis: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer 2010. **A. Bressan:** Lecture Notes on Functional Analysis with applications to linear partial differential equations, vol. 143 AMS 2013 **A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin**: Elementi di teoria delle funzioni e di Analisi Funzionale, MIR 1980. **Appunti del Corso: Elementi di Analisi Funzionale Lineare (2018)** e altri testi ivi citati in Bibliografia : gli appunti sono esigibili sulle