

# INGEGNERIA INDUSTRIALE (LB09)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA II

GenCod A005090

**Docente titolare** Elisabetta Maria  
MANGINO

**Docenti responsabili dell'erogazione**  
LUCIANA ANGIULI, Elisabetta Maria  
MANGINO, Mauro SPREAFICO

**Insegnamento** ANALISI MATEMATICA E  
GEOMETRIA II

**Insegnamento in inglese**  
MATHEMATICAL ANALYSIS AND

**Settore disciplinare** MAT/05

**Corso di studi di riferimento**  
INGEGNERIA INDUSTRIALE

**Tipo corso di studi** Laurea

**Crediti** 12.0

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale:  
108.0

**Per immatricolati nel** 2017/2018

**Erogato nel** 2018/2019

**Anno di corso** 2

**Lingua** ITALIANO

**Percorso** PERCORSO COMUNE

**Sede** Lecce

**Periodo** Primo Semestre

**Tipo esame** Orale

**Valutazione** Voto Finale

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Funzione di più variabili reali. Successioni e serie di funzioni. Integrazione multipla. Equazioni differenziali. Curve e superfici. Geometria analitica e algebra lineare.

### PREREQUISITI

Gli argomenti del Corso di Analisi Matematica e Geometria I

### OBIETTIVI FORMATIVI

**Conoscenze e comprensione.** Acquisire una solida preparazione con un ampio spettro di conoscenze di nell'ambito dell'Analisi Matematica (funzioni di più variabili reali, successioni e serie di funzioni, equazioni differenziali) e completare la formazione nell'ambito della Geometria e dell'Algebra Lineare di base.

#### **Capacità di applicare conoscenze e comprensione:**

- essere in grado di produrre semplici dimostrazioni rigorose di risultati di Matematica.
  - essere in grado di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di Analisi Matematica e Geometria.
  - essere in grado di risolvere esercizi di base di Analisi Matematica II e Geometria (studi di funzione di più variabili, studi di successioni e serie di funzioni, integrazione multipla, equazioni differenziali, geometria analitica e algebra lineare.)

**Autonomia di giudizio.** L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.

**Abilità comunicative.** La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi Matematica e la Geometria, sia in forma scritta che orale.

**Capacità di apprendimento.** La capacità di apprendimento dello studente sarà stimolata proponendo esercizi da risolvere autonomamente.

### METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni

---

## MODALITA' D'ESAME

**Modalità d'esame in presenza.** Una prova scritta su esercizi, una prova scritta su tre argomenti di teoria con eventuali domande orali. La prova di teoria può essere sostenuta dopo aver superato con la votazione di almeno 18/30 la prova di esercizi. Inoltre la prova di teoria deve essere sostenuta nello stesso appello o in quello immediatamente successivo di quella scritta. Se lo studente non supera la prova di teoria, dovrà ripetere anche la prova scritta sugli esercizi. Per poter partecipare all'esame è necessario prenotarsi usando la procedura online.

### **Modalità d'esame online: (per gli esami della sessione di maggio 2020)**

E' prevista una prova scritta esercizi (della durata di un'ora) ed una prova scritta di teoria (della durata di venti minuti) con successive domande orali.

Alla prova di teoria lo studente accede se ha conseguito la votazione di almeno 18 nella prova di esercizi.

La prova di teoria deve essere sostenuta nello stesso appello. Se lo studente non supera la prova di teoria, dovrà ripetere anche la prova scritta sugli esercizi.

Per poter partecipare all'esame è necessario prenotarsi usando la procedura online.

Gli esami saranno svolti secondo la modalità descritta nelle linee guida:

<https://drive.google.com/file/d/1hoPQaeDvr8dJCre68kN1LfchV0d9bvmE/view>

Per gli studenti che, motivando opportunamente, optino per la sola prova orale, tale prova verterà contestualmente sia su esercizi che su argomenti di teoria.

**Serie numeriche.** Serie convergenti e condizione di Cauchy (con dim.). Serie divergenti positivamente e negativamente. Condizione necessaria per la convergenza (con dim.). Convergenza della serie aritmetica e della serie geometrica (con dim.). Serie a termini positivi. Carattere delle serie a termini positivi. Criterio del confronto (con dim.) e del confronto asintotico. Criterio dell'integrale improprio. Criterio del rapporto (con dim.). Criterio della radice (con dim.). Serie aritmetica generalizzata. Serie assolutamente convergenti e proprietà (con dim.). Serie a segni alterni e criterio di Leibnitz (con dim.).

**Successioni di funzioni.** Convergenza puntuale ed uniforme. Studio della convergenza puntuale ed uniforme. Continuità del limite uniforme (con dim.). Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale (con dim.) e di derivata (con dim.)

**Serie di funzioni.** Convergenza puntuale, uniforme ed assoluta di una serie di funzioni. Continuità della somma di una serie (con dim.), teorema di integrazione termine a termine (con dim.) e di derivazione termine a termine (con dim.). Convergenza totale di una serie di funzioni. Convergenza uniforme di una serie totalmente convergente. Criterio di Weierstrass.

**Serie di potenze.** Proprietà di convergenza assoluta (con dim.). Raggio di convergenza. Proprietà del raggio di convergenza (con dim.) . Teorema di Abel. Calcolo del raggio di convergenza; criterio del rapporto e della radice. Serie ottenute per derivazione e integrazione e loro raggio di convergenza (con dim.).

**Serie di Taylor.** Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor (con dim.) e sviluppi delle funzioni elementari.

**Serie di Fourier.** Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Coefficienti di Fourier e serie di Fourier. Funzioni continue a tratti e regolari a tratti. Sviluppabilità in serie di Fourier. Serie di Fourier di funzioni di periodo arbitrario.

**Struttura di  $\mathbb{R}^n$ .** Base canonica di  $\mathbb{R}^n$ . Rappresentazione geometrica. Sfere aperte e chiuse. Distanza, intervalli e plurintervalli. Intorni di un punto e punti di accumulazione in  $\mathbb{R}^n$ . Insiemi aperti, chiusi e insiemi limitati in  $\mathbb{R}^n$ . Chiusura e proprietà. Interno e derivato di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^n$ . Frontiera di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^n$ . Direzioni, rette e segmenti in  $\mathbb{R}^n$ . Rappresentazioni parametriche. Insiemi connessi, insiemi connessi per archi, insiemi connessi per poligoni. Insiemi convessi. Insiemi stellati.

**Funzioni di più variabili.** Determinazione dell'insieme di definizione. Limiti e continuità per funzioni di più variabili. Continuità. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi.

**Differenziabilità.** Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Continuità delle funzioni differenziabili (con dim.). Gradiente. Relazioni tra differenziabilità ed esistenza di derivate direzionali. Teorema del differenziale totale (con dim.). Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwartz sull'inversione dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor al secondo ordine.

**Funzioni di più variabili a valori vettoriali.** Componenti di una funzione a valori vettoriali. Limiti, continuità, derivate direzionali, differenziale delle funzioni vettoriali. Matrice Jacobiana. Teorema sulla differenziabilità delle funzioni composte.

**Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili.** Massimi e minimi relativi (propri), assoluti e vincolati. Matrice hessiana e sue proprietà. Punti stazionari. Condizione necessaria sul gradiente (con dim.). Studio dei punti di massimo e minimo relativi ed assoluti utilizzando la matrice Hessiana (con dim.). Condizioni necessarie e sufficienti sui minori dell'Hessiano. Caso particolare delle funzioni di due variabili. Punti di sella. Studio di massimi e minimi assoluti su insiemi chiusi e limitati. Massimi e minimi vincolati; metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

**Integrali multipli.** Misura di insiemi normali nel piano e nello spazio. Definizione di integrale di una funzione continua di più variabili. Suddivisioni, somme inferiori e superiori, Definizione di integrabilità. Formule di riduzione. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Cambiamento di variabili in coordinate polari in  $\mathbb{R}^2$ . Cambiamento di variabili in coordinate sferiche e cilindriche in  $\mathbb{R}^3$ .

**Curve e superfici.** Curve ed equazioni parametriche. Curve semplici e curve chiuse. Curve regolari.

Curve, rettificabili e relativa lunghezza. Rettificabilità delle curve regolari. Lunghezza del grafico di una funzione. Integrale curvilineo di una funzione reale. Superfici regolari, integrali di superficie e area di una superficie regolare.

**Campi vettoriali.** Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Potenziali. Campi conservativi e caratterizzazione mediante gli integrali curvilinei (con dim.). Irrotazionalità dei campi conservativi (con dim.). Campi irrotazionali in domini stellati e semplicemente connessi. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza. Formule di Gauss-Green.

**Equazioni differenziali.** Definizione di soluzione e problema di Cauchy. Riduzione di un'equazione differenziale di ordine  $m$  ad un sistema di  $m$  equazioni differenziali del primo ordine. Riduzione di un sistema del primo ordine ad un'unica equazione differenziale vettoriale. Equivalenza del problema di Cauchy con il problema di Liouville (con dim.). Lemma di Gronwall (con dim.) Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza globale (con dim.). Prolungamenti e soluzioni massimali. Equazioni differenziali lineari del primo ordine e di ordine  $n$  omogenee e complete. Struttura dell'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale di ordine  $n$ . Wronskiano di  $n$  soluzioni e teorema del Wronskiano. Determinazione della soluzione particolare nel caso di termine noto particolare e nel caso generale con il metodo della variazione delle costanti arbitrarie.

Altri tipi di equazioni differenziali (a variabili separabili, di Bernoulli, omogenee, mancanti della  $x$  o della  $y$ ).

**Forme quadratiche:** Definizioni. Matrici definite, semidefinite e indefinite.

**Spazi euclidei.** Definizione, norma, distanza e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz e di Minkowski.

**Complementi di Geometria analitica del piano:** Trasformazioni del piano. Coniche e loro classificazione

**Geometria analitica dello spazio.** Rette, piani e sfere: equazioni cartesiane e parametriche e posizioni reciproche. Cenni sulle quadriche. Trasformazioni nello spazio.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

Testi consigliati:

- A. Albanese, A. Leaci, D. Pallara, Appunti del corso di Analisi Matematica II, disponibile in rete
- G. De Cecco, R. Vitolo, Note di Algebra e Geometria, disponibile in rete.
- P.Marcellini-C.Sbordone: Esercitazioni di Matematica 2, parte I e II, Liguori Editore, Napoli, 1991.
- G. Calvaruso, R.Vitolo, Esercizi di Geometria e Algebra, disponibile in rete
- N.Fusco-P.Marcellini-C.Sbordone: Analisi Matematica due, Liguori, Napoli, 1996.
  
- Cosimo De Mitri, Raccolta di Esercizi di Analisi Matematica, Unisalento Press