MATEMATICA (LB04)

(- Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA IV

GenCod A004582

Insegnamento ANALISI MATEMATICA IV

Anno di corso 2

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS 4

Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/05

Percorso PERCORSO COMUNE

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Docente Antonio LEACI

Tipo corso di studi Laurea

Sede

Crediti 9.0

Periodo Secondo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Tipo esame Orale

Per immatricolati nel 2017/2018

Valutazione

Erogato nel 2018/2019

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Nozioni fondamentali di Analisi Complessa, Trasformata di Laplace, nozioni di base della teoria dell'integrazione di Lebesgue.

Fundamentals of Complex Analysis, Laplace Transform, basic notions of Lebesgue integration theory.

PREREQUISITI

Tutti i corsi di Analisi matematica I-II-III

All the courses of Mathematical Analysis i I-II-III

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Possedere una solida preparazione con conoscenze di Analisi Complessa e nozioni di teoria dell'integrale di Lebesgue.
Capacità di applicare conoscenze e comprensione: # essere in grado di utilizzare i numeri complessi e le funzioni di variabile complessa, la trasformata di Laplace e la teoria dell'integrale di Lebesgue, **#** essere in grado di calcolare integrali mediante il teorema dei residui, risolvere Problemi di Cauchy per equazioni differenziali lineari, **#** essere consapevoli delle possibili applicazioni delle nozioni apprese per materie diverse dalla matematica.
Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.
Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi reale e complessa.
Capacità di apprendimento. Saranno proposti argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.

Knowledge and understanding. To possess a solid preparation with knowledge of Complex Analysis and notions of Lebesgue integration theory.
Ability to apply knowledge and understanding:
To be able to use complex numbers and complex variable functions, the Laplace transform and Lebesgue integration theory,
To be able to calculate integrals using the residues theorem, solve Cauchy problems for linear differential equations,
To be aware of the possible applications of concepts learned for subjects other than mathematics.
Autonomy of judgment. The exposition of the contents and arguments will be carried out in such a way as to improve the student's ability to recognize rigorous demonstrations and to identify fallacious reasoning.
Communication skills. The presentation of the topics will be carried out in such a way as to allow the acquisition of a good ability to communicate problems, ideas and solutions concerning real and complex analysis.
Learning ability. Topics to be explored will be proposed, closely related to the teaching, in order to stimulate the student's autonomous learning ability.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula.
The course consists of frontal lessons and classroom exercises.

MODALITA' D'ESAME

Una prova scritta con 2 esercizi (8+8 punti) e 2 domande di teoria (7+7 punti) da svolgere in due ore. La prova è superata riportando un punteggio maggiore o uguale a 18/30.
A written test with 2 exercises (8 + 8 points) and 2 theoretical questions (7 + 7 points) to be performed in two hours. The test is passed by reporting a score greater than or equal to 18/30.

PROGRAMMA ESTESO

Programma del corso:

Richiami sui numeri complessi. il campo dei numeri complessi. Forma algebrica, trigonometrica, esponenziale dei numeri complessi. Formula di de Moivre. Esponenziale nel campo complesso. Formula di Eulero. Seno e coseno. Altre trascendenti elementari (seno e coseno iperbolici). Polidromia e superficie di Riemann; radici n-esime, logaritmi, potenza con esponente complesso. Topologia di C. Il punto all'infinito. Successioni di numeri complessi. Limiti e continuità di funzioni complesse.

Derivabilità in senso complesso. Teorema di Cauchy-Riemann. Teorema di Goursat (senza dim.). Conseguenze del teorema di Cauchy-Riemann. Funzioni armoniche. Serie di potenze in C. Funzioni analitiche. Sviluppi in serie delle funzioni elementari.

Integrale di una funzione complessa lungo una curva. Teorema di Cauchy sui domini semplicemente connessi. Corollari del teorema di Cauchy sui domini semplicemente connessi. Indice di avvolgimento. Teorema di Morera. Formula integrale di Cauchy. Teorema di analiticità delle funzioni olomorfe. Disuguaglianze di Cauchy. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Teorema della media integrale di Gauss. Teorema di unicità del prolungamento analitico. Prolungamento olomorfo attraverso una curva regolare. Teorema di riflessione di Schwarz. Lemma di Schwarz. Teorema di Riemann (senza dim.). Teorema di convergenza di Weierstrass.

Serie di Laurent. Teorema di Laurent nelle corone circolari. Punti di singolarità isolata. Sviluppo di Laurent in un punto di singolarità isolata. Residuo di una funzione in un punto di singolarità isolata. Classificazione dei punti di singolarità isolata. Caratterizzazioni delle singolarità isolate. Teorema di Picard (senza dim.). Metodi per il calcolo dei residui. Singolarità nel punto all'infinito. Residuo di una funzione nel punto all'infinito. Teorema dei residui. Teorema dei residui II. Teorema del grande cerchio. Teorema del piccolo cerchio. Lemma di Jordan. Calcolo di integrali con l'uso del teorema dei residui. Integrale nel senso del valor principale. Calcolo di integrali con l'uso del teorema dei residui e di funzioni polidrome. Calcolo di integrali definiti tra 0 e 2\pi di funzioni razionali di \cos\theta e \sin \theta. Formula di Heaviside (senza dim.). Indicatore logaritmico. Teorema dell'indicatore logaritmico. Teorema di Rouché.

Trasformata di Laplace: funzioni L-trasformabili. Ascissa di assoluta convergenza e trasformata di Laplace. Prime proprietà della trasformata di Laplace. Trasformata delle potenze, dell'esponenziale e delle funzioni trigonometriche. Regole algebriche di trasformazione: cambiamento di scala, traslazione, modulazione. Funzioni assolutamente continue secondo Vitali. Caratterizzazione delle funzioni AC. Funzioni localmente AC. Proprietà analitiche della trasformata di Laplace: trasformata delle derivate. Trasformata della primitiva (senza dim.). Prodotto di convoluzione di due funzioni L-trasformabili. Trasformata della convoluzione (senza dim.). Soluzione di equazioni differenziali lineari mediante la trasformata di Laplace.

Elementi della teoria dell'integrale di Lebesgue: La misura di Lebesgue e le sue proprietà. Funzioni misurabili. Integrale di Lebesgue. Misura prodotto e integrali multipli. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Integrazione per serie.

Course program:

Recalls on complex numbers. the field of complex numbers. Algebraic, trigonometric, exponential form of complex numbers. De Moivre's formula. Exponential in the complex field. Euler's formula. Sine and cosine. Other elementary transcendents (hyperbolic sine and cosine). Polydromy and Riemann surface; n-th roots, logarithms, power with complex exponent. Topology of C. The point at infinity. Successions of complex numbers. Limits and continuity of complex functions.

Derivability in a complex sense. Cauchy-Riemann theorem. Goursat theorem (without proof). Consequences of the Cauchy-Riemann theorem. Harmonic functions. Power series in C. Analytic functions. Series development of elementary functions.

Integral of a complex function along a curve. Cauchy's theorem about simply connected domains. Corollaries of the Cauchy theorem about simply connected domains. Winding index. Morera's theorem. Integral Formula of Cauchy. Analyticity theorem of holomorphic functions. Cauchy inequalities. Liouville's theorem. Fundamental theorem of algebra. The Gauss integral mean theorem. Theorem of uniqueness of the analytic prolongation. Holomorphic prolongation through a regular curve. Schwarz reflection theorem. Schwarz's Lemma. Riemann's theorem (without proof). Weierstrass convergence theorem.

Laurent series. Laurent theorem in circular crowns. Isolated singularity points. Development of Laurent in a point of isolated singularity. Residue of a function in an isolated singularity point. Classification of isolated singularity points. Characterization of isolated singularities. Picard's theorem (without proof). Methods for calculating residues. Singularity in the point at infinity. Remnant of a function at the point at infinity. Residue theorem. Residues theorem II. The large circle theorem. Small circle theorem. Lemma of Jordan. Calculation of integrals with the use of the residues theorem. Integral in the sense of the main value. Calculation of integrals with the use of the residual theorem and polydrome functions. Calculation of integrals defined between 0 and 2 \ pi of rational functions of \ cos\theta and \sin\theta. Heaviside formula (without proof). Logarithmic indicator. Theorem of the logarithmic indicator. Rouché's theorem.

Laplace transform: L-transformable functions. Abscissa of absolute convergence and transformation of Laplace. First properties of the Laplace transform. Transformation of powers, exponential and trigonometric functions. Algebraic rules of transformation: change of scale, translation, modulation. Absolutely continuous functions according to Vitali. Characterization of AC functions. Functions locally AC. Analytical properties of the Laplace transform: transformation of derivatives. Transformation of the primitive (without proof). Convolution product of two L-transformable functions. Transformation of convolution (without proof). Solution of linear differential equations by the Laplace transform.

Elements of Lebesgue integration theory: The Lebesgue measure and its properties. Measurable functions. Lebesgue integral. Product measure and multiple integrals. Theorems of passage to the limit under the sign of integral. Integration by series.

TESTI DI RIFERIMENTO

M.Carriero, S.Cito: Introduzione alla Analisi Complessa, Quaderni di Matematica, 2/2015, ESE - Salento University Publishing.
http://siba-ese.unile.it/index.php/quadmat/article/view/15664

F.Gazzola, F.Tomarelli, M.Zanotti: Analisi Complessa, Trasformate, Equazioni Differenziali, Società Editrice Esculapio, Bologna, III Ed., 2015.

W.Rudin: Analisi Reale e Complessa, Bollati Boringhieri, Torino, 1974.