

# MATEMATICA (LM39)

(Lecce - Università degli Studi)

## Insegnamento EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

GenCod A004901

**Insegnamento** EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

**Insegnamento in inglese** PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

**Settore disciplinare** MAT/05

**Corso di studi di riferimento** MATEMATICA

**Tipo corso di studi** Laurea Magistrale

**Crediti** 9.0

**Ripartizione oraria** Ore Attività frontale: 63.0

**Per immatricolati nel** 2017/2018

**Erogato nel** 2018/2019

**Anno di corso** 2

**Lingua** ITALIANO

**Percorso** PERCORSO COMUNE

**Docente** Diego PALLARA

**Sede** Lecce

**Periodo** Secondo Semestre

**Tipo esame** Orale

**Valutazione** Voto Finale

**Orario dell'insegnamento**

<https://easyroom.unisalento.it/Orario>

### BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Principali esempi di equazioni alle derivate parziali e principali metodi risolutivi.

### PREREQUISITI

Nozioni elementari di Analisi Matematica, Algebra lineare e Geometria differenziale. Teoria della misura ed elementi di Analisi funzionale lineare.

### OBIETTIVI FORMATIVI

- Conoscenze e comprensione: esempi significativi e metodi risolutivi per equazioni alle derivate parziali.
- Capacità di applicare conoscenze e comprensione: capacità di estendere risultati e metodi a casi non studiati in dettaglio nel corso.
- Autonomia di giudizio: capacità di orientarsi criticamente nella bibliografia più avanzata.
- Abilità comunicative: esposizione delle conoscenze acquisite in modo comprensibili a chi abbia i prerequisiti in ingresso.
- Capacità di apprendimento: possibilità di proseguire autonomamente lo studio di argomenti più avanzati.

### METODI DIDATTICI

Lezioni in aula

### MODALITA' D'ESAME

Una prova orale in cui si richiede allo studente di esporre argomenti del programma, eventualmente con piccole varianti per accertare la dimestichezza nell'uso delle tecniche studiate.

---

## PROGRAMMA ESTESO

Generalita'. Equazioni del primo ordine: curve caratteristiche per equazioni quasi lineari e problema di Cauchy per variet' iniziali non caratteristiche, strisce caratteristiche per equazioni non lineari e problema di Cauchy nel cilindro. Teoria delle distribuzioni: funzioni test, convergenza, distribuzioni, operazioni tra distribuzioni, derivazione. Spazio di Schwartz e distribuzioni temperate, trasformata di Fourier delle distribuzioni temperate. Operatori lineari generali, operatori ipoellittici, analitico-ipoellittici. Teorema di Cauchy-Kowalevsky. Soluzione fondamentale per operatori a coefficienti costanti, caratterizzazione dell'ipoellitticita' e dell'ipoellitticita' analitica. Teorema di Malgrange-Ehrenpreis. Esempio di Hans Lewy. Soluzione fondamentale degli operatori differenziali ordinari, dell'operatore del calore, delle onde. Problemi di Cauchy: equazione del calore in  $\mathbb{R}^n$ , delle onde in dimensione 1 e 3, 2 di Ornstein-Uhlenbeck. Misura immagine e soluzione dell'equazione del calore con il moto browniano. Operatore di Laplace: soluzione fondamentale, proprieta' del valor medio, principio del massimo, disuguaglianza di Harnack. Nucleo di Poisson per il semipiano e per la palla; funzione di Green e risoluzione dei problemi di Dirichlet e di Neumann nella palla. Funzioni subarmoniche e metodo di Perron per la risoluzione del problema di Dirichlet in un dominio. Funzioni barriera e punti regolari. Esempio di Lebesgue. Potenziale newtoniano ed equazione di Poisson con densita' hoelderiana. Introduzione ai metodi variazionali: osservazioni su principio di Dirichlet, metodi classici e metodi diretti nel calcolo delle variazioni. Funzioni semicontinue. Derivate deboli. Spazi di Sobolev: definizione, approssimazione con funzioni regolari, estensioni, tracce, teoremi di immersione di Sobolev e Morrey. Metodi variazionali per le equazioni ellittiche: Lemma di Lax-Milgram, Teorema dell'alternativa di Fredholm e teoremi di esistenza di soluzioni in  $H^1_0$  per operatori ellittici in forma divergenza con coefficienti misurabili limitati. Spettro di un operatore ellittico in aperti limitati. Regolarita' delle soluzioni deboli: metodo di Nirenberg dei quozienti differenziali per la regolarita'  $H^2$  all'interno ed alla frontiera. Metodi variazionali per operatori parabolici

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

E. DiBenedetto, Partial Differential Equations Birkhauser, 1995 G. Eskin, Lectures on Linear Partial Differential Equations, Amer. Math. Soc. 2011 L. C. Evans, Partial Differential Equations, Amer. Math. Soc. 1998. D. Gilbarg, N. Trudinger, Elliptic partial Differential Equations of Second Order, Springer 1983. F. John, Partial Differential Equations, Springer 1982. F. Trèves, Basic Linear Partial Differential Equations, Academic Press 1975.