INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE (LB08)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA II

GenCod 00017

Insegnamento ANALISI MATEMATICA II

Anno di corso 2

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS 2

Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/05

Percorso PERCORSO COMUNE

Corso di studi di riferimento INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Docente Antonio LEACI

Tipo corso di studi Laurea

Sede Lecce

Crediti 12.0

Periodo Primo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 108.0

Tipo esame Orale

Per immatricolati nel 2017/2018

Valutazione Voto Finale

Erogato nel 2018/2019

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Capitolo 1. Limiti e continuità in più variabili: Richiami sulle proprietà algebriche, metriche e topologiche di R^n.
Continuità per funzioni di più variabili. Teoremi di Weierstrass, dei valori intermedi, di Heine-Cantor.
Capitolo 2. Calcolo differenziale in più variabili: Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Conseguenze della differenziabilità. Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili.
Capitolo 3. Curve ed integrali di linea. Curve regolari. Curve equivalenti. Definizione e calcolo della lunghezza di una curva.
Integrali di linea di funzioni e di campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi. Calcolo dei potenziali.
Capitolo 4. Equazioni differenziali: soluzioni locali, massimali, globali. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità globale (*). Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità per equazioni di ordine superiore. Equazioni lineari: integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee (*). Equazioni del I° ordine (*). Metodo di Lagrange o della variazione dei parametri. Equazioni a coefficienti costanti: descrizione del metodo di risoluzione. Altre equazioni integrabili elementarmente: a variabili separabili, omogenee, di Bernoulli, autonome.
Capitolo 5. Integrali multipli: La misura di Lebesgue in R^n. L'integrale di Lebesgue in R^n. Proprietà dell'integrale. Teorema di Fubini-Tonelli e del sottografico. Integrali doppi e tripli. Formule di riduzione nel caso di domini normali. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Passaggio al limite sotto il segno d'integrale: Teorema della convergenza monotona (Beppo Levi), Teorema della convergenza dominata (Lebesgue). Integrali dipendenti da parametri: continuità e differenziabilità. Gli spazi L^p(E) per p=1,2,\infinito. Spazi di Hilbert e prodotto scalare in L^2(E). Basi hilbertiane. Uguaglianze di Bessel e di Parseval. Superficie regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie ed integrali di superficie per funzioni scalari. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza in due e tre dimensioni.
Capitolo 6. Analisi Complessa: Funzioni olomorfe. Teorema di Cauchy-Riemann (*) e conseguenze. Serie di potenze in campo complesso. Le funzioni elementari. Cammini e integrali curvilinei. Teorema di Cauchy negli stellati (*). Formula di Cauchy. Le funzioni olomorfe sono analitiche. Teorema fondamentale dell'algebra. Circuiti omotopici e Teorema di Cauchy. Singolarità e serie di Laurent in una corona e in un punto singolare. Classificazione delle singolarità. Residui, metodi di calcolo e il Teorema dei residui. I Teoremi di Jordan. Applicazioni al calcolo di integrali.
Capitolo 7. Trasformata di Fourier: La Trasformata di Fourier in L^1(R^n). Proprietà della trasformata. Regole algebriche (*) e analitiche di trasformazione. Convoluzione.
Teorema di inversione. La Trasformata di Fourier in L^2(R^n). Principali trasformate (*).
Capitolo 8. Trasformata di Laplace: Definizione e proprietà generali. Regole algebriche (*) e analitiche di trasformazione. Inversione della trasformata di Laplace, formula di Heaviside. Applicazioni alla risoluzione di problemi differenziali. Principali trasformate (*).

Contents.
Chapter 1. Limits and continuity in several variables: Recall on the algebraic and topological properties of R^n. Continuity for functions of several variables. Weierstrass theorem. Theorem of intermediate values. Uniform continuity. Heine-Cantor's theorem.
Chapter 2. Differential calculus in several variables: Directional derivatives and partial derivatives. Differentiability of a function. Consequences of differentiability. Local maxima and minima of a function of several variables; necessary condition on the gradient (*); necessary and /or sufficient conditions (*) on the Hessian matrix. Coordinate changes (linear, polar, cylindrical and spherical). Constrained maxima and minima: parametric and Cartesian constraints, implicit constraints. Lagrange multiplier method.
Chapter 3. Curves and line integrals: Regular curves. Equivalent curves. Definition of the length of a curve.
Rectification theorem (*). Line integrals of functions and vector fields. Conservative vector fields. Theorem on the potentials of a field (*). Characterization of continuous conservative fields (*).

Necessary condition for C^1 (*) fields. Sufficient condition on open star-like sets. Calculation of potentials.

Chapter 4. Differential equations: local solutions, maximal, global. Cauchy problem. Equivalence with an integral equation (*). Gronwall's Lemma (*). Theorem of global existence and uniqueness (*). Theorem of local existence and uniqueness. Theorem of existence and uniqueness for higher order equations.

Linear equations: general integral for homogeneous and non-homogeneous equations (*). Equations of the first order (*). Lagrange method or parameter variation. Equations with constant coefficients: description of the method of resolution. Other elementary integrable equations: separable variables, homogeneous, Bernoulli, autonomous.

Chapter 5. Multiple integrals: The Lebesgue measure in R^n. Measure of rectangles and pluri-rectangles, external measure in R^n. The measurable sets and the Lebesgue measure in R^n. Properties of measurable sets and of measures. Measurable functions and their properties. Integral of a simple function and of a positive function. Integral of variable sign functions. Properties of the integral. Theorem of Fubini-Tonelli and of the sub-graph. Double and triple integrals. Reduction formulas in the case of normal domains. Change of Variables theorem for multiple integrals. Applications. Integrals for unbounded functions and sets. Comparison theorems. Passage to the limit under the integral sign: Theorem of the monotonic convergence (Beppo Levi), Theorem of the dominated convergence (Lebesgue). Parameter-dependent integrals: continuity and differentiability. The spaces L^p (E) for p = 1,2, \infinity. Holder and Minkowski inequalities. Hilbert spaces and scalar product in L^2 (E). Hilbertian bases. Equations of Bessel and Parseval.

Regular surface, tangent plane and normal versor. Area of a surface and surface integrals for scalar functions. Flow of a vector field. Divergence theorem in two and three dimensions.

Chapter 6. Complex Analysis: Sequences, limits and continuity of complex functions. Holomorphic functions. Cauchy-Riemann theorem (*) and consequences. Series of powers in the complex field. The elementary functions. Path and curvilinear integrals. Properties. Cauchy's theorem in the star-like domains (*). Cauchy formula. Holomorphic functions are analytical. Cauchy inequalities. Liouville's theorem. Fundamental theorem of algebra. Homotopic circuits and Cauchy's theorem. Singularity and Laurent series in a crown and in a singular point. Classification of singularities. Residues, calculation methods and Residues Theorem. Jordan's Theorems. Applications for the calculation of integrals.

Chapter 7. Fourier Transform: The Fourier Transform in L^1 (R^n). Properties of the Fourier transform. Algebraic rules (*) and analytics transformation rules. Convolution. Inversion theorem. The Fourier Transform in L^2 (R^n). Main transformations (*).

Chapter 8. Laplace transform: Definition and general properties. Algebraic rules (*) and analytic transformation rules. Reversal of the Laplace transform, sufficient conditions, Heaviside formula. Applications for solving differential problems. Main transformations (*).

PREREQUISITI

Il corso di Analisi Matematica I e nozioni di Geometria.
Mathematical Analysis I, notions about Geometry

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Possedere una solida preparazione con conoscenze di Analisi Reale in più variabili e Analisi Complessa, in vista delle applicazioni nell'ingegneria dell'Informazione.
Capacità di applicare conoscenze e comprensione: # essere in grado di studiare le funzioni di più variabili reali e di variabile complessa, la trasformata di Fourier e di Laplace e la teoria dell'integrale di Lebesgue, **#** essere in grado di calcolare integrali multipli, di linea e di superficie, nonché mediante il teorema dei residui, risolvere Problemi di Cauchy per equazioni differenziali, **#** essere consapevoli delle possibili applicazioni delle nozioni apprese per materie diverse dalla matematica, in particolare in fisica e ingegneria.
Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.
Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi reale e complessa.
Capacità di apprendimento. Saranno proposti argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.

Knowledge and understanding. To possess a solid preparation with knowledge of Real Analysis in several variables and Complex Analysis, in view of applications in Information Engineering.
Ability to apply knowledge and understanding:
To be able to study the functions of multiple real variables and one complex variable, the Fourier and Laplace transforms and the Lebesgue integration theory,
To be able to compute multiple integrals, line and surface integrals, as well as by the residuaes theorem, solve Cauchy problems for differential equations,
To be aware of the possible applications of the concepts learned for subjects other than mathematics, in particular in physics and engineering.
Autonomy of judgment. The exposition of the contents and arguments will be carried out in such a way as to improve the student's ability to recognize rigorous demonstrations and to identify fallacious reasoning.
Communication skills. The presentation of the topics will be carried out in such a way as to allow the acquisition of a good ability to communicate problems, ideas and solutions concerning real and complex analysis.
Learning ability. Topics to be explored will be proposed, closely related to the teaching, in order to stimulate the student's autonomous learning ability.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali e risoluzione di esercizi in aula.
The course consists of frontal lessons using slides and classroom exercises.

MODALITA' D'ESAME

Una prima prova scritta con 5 esercizi da svolgere in tre ore. Il valore massimo della risposta a ciascun esercizio è riportato nel testo del compito. La prova è superata riportando una votazione maggiore o uguale a 18/30.Una seconda prova scritta con tre domande di teoria da svolgere in un'ora ed eventuale discussione sulle risposte fornite. La seconda prova deve essere sostenuta nella stessa sessione in cui è stata superata la prima prova. La valutazione finale tiene conto dei risultati conseguiti nelle due prove.

Final exam. A first written test with 5 exercises to be performed in three hours. The maximum value of the response to each exercise is shown in the text of the task. The test is passed with a score greater than or equal to 18/30. A second written test with three theoric questions to be answered in an hour and possible discussion on the answers provided. The second test must be sustained in the same session in which the first test was passed. The final evaluation takes into account the results achieved in the two tests.

PROGRAMMA ESTESO

Programma del corso-

Capitolo 1. Limiti e continuità in più variabili: Richiami sulle proprietà algebriche e topologiche di R^n. Continuità per funzioni di più variabili. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Uniforme continuità. Teorema di Heine-Cantor. Funzioni Lipschitziane. Funzioni vettoriali di una variabile.

Capitolo 2. Calcolo differenziale in più variabili: Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Conseguenze della differenziabilità. Piano tangente. Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor del secondo ordine per funzioni di più variabili. Classificazione e proprietà delle forme quadratiche. Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili; condizione necessaria sul gradiente (*); condizioni necessarie e/o sufficienti(*) sulla matrice hessiana. Differenziabilità di funzioni a valori vettoriali. Differenziabilità della funzione composta. Cambiamenti di coordinate (lineari, polari, cilindriche e sferiche). Massimi e minimi vincolati: vincoli parametrici e cartesiani, vincoli impliciti. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Capitolo 3. Curve ed integrali di linea: Curve regolari. Curve equivalenti. Definizione della lunghezza di una curva.

Teorema di rettificabilità (*). Integrali di linea di funzioni e di campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi. Teorema sui potenziali di un campo (*). Caratterizzazioni dei campi conservativi continui (*). Condizione necessaria per i campi C^1 (*).

Condizione sufficiente sugli aperti stellati. Calcolo deli potenziali.

Capitolo 4. Equazioni differenziali: soluzioni locali, massimali, globali. Problema di Cauchy. Equivalenza con una equazione integrale (*). Lemma di Gronwall (*). Teorema di esistenza e unicità globale (*). Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità per equazioni di ordine superiore.

Equazioni lineari: integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee (*). Equazioni del I° ordine (*). Metodo di Lagrange o della variazione dei parametri. Equazioni a coefficienti costanti: descrizione del metodo di risoluzione. Altre equazioni integrabili elementarmente: a variabili separabili, omogenee, di Bernoulli, autonome.

Capitolo 5. Integrali multipli: La misura di Lebesgue in R^n. Misura di rettangoli e pluri-rettangoli, misura esterna in R^n. Gli insiemi misurabili e la misura di Lebesgue in R^n. Proprietà degli insiemi misurabili e della misura. Funzioni misurabili e loro proprietà. Integrale di una funzione semplice e di una funzione positiva. Integrale di funzioni di segno qualunque. Proprietà dell'integrale. Teorema di Fubini-Tonelli e del sottografico. Integrali doppi e tripli. Formule di riduzione nel caso di domini normali. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Cambiamento di variabili lineari,

in coordinate polari in R^2, in coordinate cilindriche e sferiche in R^3. Applicazioni. Integrali per funzioni e insiemi illimitati. Teoremi di confronto.

Passaggio al limite sotto il segno d'integrale: Teorema della convergenza monotona (Beppo Levi), Teorema della convergenza dominata (Lebesgue). Integrali dipendenti da parametri: continuità e differenziabilità. Gli spazi L^p(E) per p=1,2,\infinito. Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Spazi di Hilbert e prodotto scalare in L^2(E). Basi hilbertiane. Uguaglianze di Bessel e di Parseval.

Superficie regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie ed integrali di superficie per funzioni scalari. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza in due e tre dimensioni.

Capitolo 6. Analisi Complessa: Successioni, limiti e continuità di funzioni complesse. Funzioni olomorfe. Teorema di Cauchy-Riemann (*) e conseguenze. Serie di potenze in campo complesso. Le funzioni elementari. Cammini e integrali curvilinei. Proprietà. Teorema di Cauchy negli stellati (*).

Formula di Cauchy. Le funzioni olomorfe sono analitiche. Disuguaglianze di Cauchy. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Circuiti omotopici e Teorema di Cauchy. Singolarità e serie di Laurent in una corona e in un punto singolare. Classificazione delle singolarità. Residui, metodi di calcolo e il Teorema dei residui. I Teoremi di Jordan. Applicazioni al calcolo di integrali.

trasformata. Regole algebriche (*) e analitiche di trasformazione. Convoluzione. Teorema di inversione. La Trasformata di Fourier in L^2(R^n). Principali trasformate (*).
Capitolo 8. Trasformata di Laplace: Definizione e proprietà generali. Regole algebriche (*) e analitiche di trasformazione. Inversione della trasformata di Laplace, condizioni sufficienti, formula di Heaviside. Applicazioni alla risoluzione di problemi differenziali. Principali trasformate (*).

Course program.
Chapter 1. Limits and continuity in several variables: Recall on the algebraic and topological properties of R^n. Continuity for functions of several variables. Weierstrass theorem. Theorem of intermediate values. Uniform continuity. Heine-Cantor's theorem. Lipschitzian functions. Vector functions of one variable.
Chapter 2. Differential calculus in several variables: Directional derivatives and partial derivatives. Differentiability of a function. Consequences of differentiability. Tangent plane. Partial derivatives of higher order. Schwarz's theorem on the invertibility of the derivation order. Taylor formula of the second order for functions of several variables. Classification and properties of quadratic forms. Local maxima and minima of a function of several variables; necessary condition on the gradient (*); necessary and /or sufficient conditions (*) on the Hessian matrix. Differentiation of functions with vector values. Differentiation of the composite function. Coordinate changes (linear, polar, cylindrical and spherical). Constrained maxima and minima: parametric and Cartesian constraints, implicit constraints. Lagrange multiplier method.
Chapter 3. Curves and line integrals: Regular curves. Equivalent curves. Definition of the length of a curve.
Rectification theorem (*). Line integrals of functions and vector fields. Conservative vector fields. Theorem on the potentials of a field (*). Characterization of continuous conservative fields (*). Necessary condition for C^1 (*) fields. Sufficient condition on open star-like sets. Calculation of potentials.
Chapter 4. Differential equations: local solutions, maximal, global. Cauchy problem. Equivalence with an integral equation (*). Gronwall's Lemma (*). Theorem of global existence and uniqueness (*). Theorem of local existence and uniqueness. Theorem of existence and uniqueness for higher order equations.
Linear equations: general integral for homogeneous and non-homogeneous equations (*). Equations of the first order (*). Lagrange method or parameter variation. Equations with constant coefficients: description of the method of resolution. Other elementary integrable equations: separable variables, homogeneous, Bernoulli, autonomous.
Chapter 5. Multiple integrals: The Lebesgue measure in R^n. Measure of rectangles and pluri-rectangles, external measure in R^n. The measurable sets and the Lebesgue measure in R^n. Properties of measurable sets and of measures. Measurable functions and their properties. Integral of a simple function and of a positive function. Integral of variable sign functions. Properties of the integral. Theorem of Fubini-Tonelli and of the sub-graph. Double and triple integrals. Reduction formulas in the case of normal domains. Change of Variables theorem for multiple integrals. Change of linear variables,
in polar coordinates in R^2, in cylindrical and spherical coordinates in R^3. Applications. Integrals for unbounded functions and sets. Comparison theorems.
Passage to the limit under the integral sign: Theorem of the monotonic convergence (Beppo Levi), Theorem of the dominated convergence (Lebesgue). Parameter-dependent integrals: continuity and differentiability. The spaces L^p (E) for p = 1,2, \infinity. Holder and Minkowski inequalities. Hilbert spaces and scalar product in L^2 (E). Hilbertian bases. Equations of Bessel and Parseval.
Regular surface, tangent plane and normal versor. Area of a surface and surface integrals for scalar functions. Flow of a vector field. Divergence theorem in two and three dimensions.
Chapter 6. Complex Analysis: Sequences, limits and continuity of complex functions. Holomorphic functions. Cauchy-Riemann theorem (*) and consequences. Series of powers in the complex field. The elementary functions. Path and curvilinear integrals. Properties. Cauchy's theorem in the star-

like domains (*).

Cauchy formula. Holomorphic functions are analytical. Cauchy inequalities. Liouville's theorem. Fundamental theorem of algebra. Homotopic circuits and Cauchy's theorem. Singularity and Laurent series in a crown and in a singular point. Classification of singularities. Residues, calculation methods and Residues Theorem. Jordan's Theorems. Applications for the calculation of integrals.

Chapter 7. Fourier Transform: The Fourier Transform in L^1 (R^n). Properties of the Fourier transform. Algebraic rules (*) and analytics transformation rules. Convolution. Inversion theorem. The Fourier Transform in L^2 (R^n). Main transformations (*).

Chapter 8. Laplace transform: Definition and general properties. Algebraic rules (*) and analytic transformation rules. Reversal of the Laplace transform, sufficient conditions, Heaviside formula. Applications for solving differential problems. Main transformations (*).

TESTI DI RIFERIMENTO

A. Albanese, A.Leaci e D.Pallara, Appunti del corso di Analisi Matematica II, **vedere in MATERIALE DIDATTICO.**

M.Bramanti, C.D.Pagani e S.Salsa: Analisi Matematica 2, Zanichelli, Bologna, 2009.

N.Fusco, P.Marcellini, C.Sbordone: Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.

P.Marcellini, C.Sbordone: Esercitazioni di Matematica, Volume 2, parte I e II, Liguori Editore, Napoli, 1991.

F.Tomarelli: Esercizi di Metodi Matematici per l'Ingegneria, CLUP, Milano, 1987.