

# Compito di Algebra II

14 gennaio 2019

**Esercizio 1.** Nell'anello  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ , sia

$$J := \{X \mid X \in \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, [3]_{\equiv_6} X = [0]_{\equiv_6}\}.$$

- (1) Dimostrare che  $J$  è un ideale massimale di  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ .
- (2) Determinare la cardinalità di  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z})/J$ .

**Esercizio 2.** Siano  $f := x^4 + 3x + 3 \in \mathbb{F}_5[x]$ ,  $J = (f)$  e  $A := \mathbb{F}_5[x]/J$ .

- (1) Dimostrare che  $f$  non è irriducibile in  $\mathbb{F}_5[x]$  e determinare la cardinalità di  $A$ .
- (2) Determinare tutti gli ideali di  $A$ .

**Esercizio 3.** Determinare il polinomio minimo di  $a := \sqrt{5} + \sqrt[3]{2}$  su  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ .