

Introduzione alla Fisica Moderna - a.a. 2015-16

19/04/2017

Nome Cognome Matricola:

- 1) Un sistema meccanico è descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{x} &= kx - y \\ \dot{y} &= -y + hxy \end{cases} \quad (1)$$

Si individuino tutti i punti di equilibrio del sistema e se ne studi la stabilità al variare di k , $h \in \mathbf{R}^+$. Si tracci un grafico delle linee di flusso nel piano delle fasi.

-

- 2) Un sistema meccanico è costituito da 3 punti materiali di uguale massa, diciamo m , vincolati a muoversi su un paraboloide di rotazione liscio di equazione $z = -\frac{(x^2+y^2)}{\ell}$, in modo tale che il piano che li contiene intersechi sempre l'asse \hat{z} . Essi interagiscono tra di loro con una forza di richiamo elastica che agisce lungo la congiungente, con costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla e tutti sono sotto l'azione della forza peso e in assenza attriti. Scrivere la Lagrangiana del sistema. Trovare le configurazioni di equilibrio.

-

- 3) Una particella di massa m è soggetta al potenziale $U = k/2(x^2 + y^2) + h/2z^2$. Derivare dalla Lagrangiana l'Hamiltoniana e dire se sono ammesse coordinate cicliche. Dare l'espressione dei momenti coniugati. Esistono un ulteriori integrali del moto oltre all'energia meccanica?

-

- 4) Quanto deve valere l'energia cinetica minima di un satellite di massa m , che partendo da Terra, deve sfuggire all'attrazione del Sole?. $M_T = 5.97210^{24} kg$, $M_S = 1.9810^{30} kg$, $G = 6.67428 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$

-

- 5) Usando le parentesi di Poisson fondamentali per (q, p) trovare i valori di a e b per i quali le relazioni

$$Q = q^a \cos bp, \quad P = q^a \sin bp \quad (2)$$

rappresentano delle trasformazioni canoniche. Inoltre trovare una funzione generatrice di tipo F_3 .

-

- 6) Un sistema Hamiltoniano è descritto da $H = \frac{1}{1+x} (p_x^2 + p_y^2) + (1-x)(p_x + p_y + 1)$. Dimostrare che l'energia e il momento lineare p_y sono costanti del moto. Esiste un terzo

integrale del moto non banale?

-

- 7) Dire se una cavità risonante a $\nu = 5.0 \times 10^{15} \text{ Hz}$ possa o meno essere considerata un corpo nero e motivate la risposta

-

- 8) Nel sistema di riferimento del laboratorio una particella di massa a riposo m_1 collide con velocità $v \hat{x}$ su un'altra particella ferma di massa m_2 . Calcolare le componenti del quadrimomento totale e il suo modulo.

E' possibile trovare un sistema di riferimento nel quale annullare tutte le componenti spaziali del quadrimomento? E se si, quale deve essere la trasformazione di Lorentz da applicare?

-