

Introduzione alla Fisica Moderna - a.a. 2015-16

27/03/2017

Nome Cognome Matricola:

- 1) Un sistema meccanico è descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{x} &= k x - x y \\ \dot{y} &= -y + h x y \end{cases} \quad (1)$$

Si individuino tutti i punti di equilibrio del sistema e se ne studi la stabilità al variare di k , $h \in \mathbf{R}^+$. Si tracci un grafico delle linee di flusso nel piano delle fasi.

-

- 2) Un sistema meccanico è costituito da 4 punti materiali di uguale massa, diciamo m , vincolati come segue. P_1 e P_2 si muovono su una guida circolare di raggio r posta nel piano verticale. P_3 e P_4 possono scorrere lungo la retta orizzontale tangente alla circonferenza nello stesso piano nel punto inferiore. $P_1 - P_3$, $P_2 - P_4$ sono tra di loro collegati da una molla armonica di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla, mentre $P_1 - P_2$ interagiscono ancora con una molla di costante k , ma lunghezza a riposo $2r$. Tutto avviene sotto l'azione della forza peso e in assenza attriti. Scrivere la Lagrangiana del sistema.

-

- 3) Un sistema a tre gradi di libertà ha Lagrangiana $L = \frac{1}{2}M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}k^2(y^2 + x^2)$: ammette coordinate cicliche? Quali sono i momenti ad esse coniugati. Qual è l'espressione dell'energia meccanica? Esiste un ulteriore integrale del moto?

-

- 4) Un satellite orbitante attorno alla Terra, una volta giunto all'apogeo subisce un' accelerazione tangenziale, dovuta ad una forza impulsiva. Il momento radiale viene incrementato di un impulso P_0 . Determinare di quanto cambiano il momento angolare totale, l'energia meccanica totale ed il vettore di Runge-Lenz. Datene una interpretazione fisica.

-

- 5) Usando le parentesi di Poisson fondamentali per (q, p) trovare i valori di a e b per i quali le relazioni

$$Q = q^a \cos bp, \quad P = q^a \sin bp \quad (2)$$

rappresentano delle trasformazioni canoniche. Inoltre trovare una funzione generatrice di tipo F_3 .

-

- 6) Un sistema Hamiltoniano è descritto da $H = \frac{1}{1+x}(p_x^2 + p_y^2) + (1-x)(p_x + p_y + 1)$. Dimostrare che l'energia e il momento lineare p_y sono costanti del moto. Esiste un terzo integrale del moto non banale?

-

- 7) Dire se una cavità risonante a $\nu = 5.0 \times 10^{15} \text{ Hz}$ possa o meno essere considerata un corpo nero e motivate la risposta

-

- 8) Nel sistema di riferimento del laboratorio una particella di massa a riposo m_1 collide con velocità $v \hat{x}$ su un'altra particella ferma di massa m_2 . Calcolare le componenti del quadrimomento totale e il suo modulo.

E' possibile trovare un sistema di riferimento nel quale annullare tutte le componenti spaziali del quadrimomento? E se si, quale deve essere la trasformazione di Lorentz da applicare?

-