

# Introduzione alla Fisica Moderna - a.a. 2018-19

14/11/2018

Nome Cognome Matricola:

- 1) Si consideri il sistema dinamico ad 1 grado di libertà

$$\dot{x} = x - 2xy - \frac{1}{8}x^2, \quad \dot{y} = -y + \frac{1}{2}xy \quad (1)$$

determinando i punti di equilibrio. Si tracci il campo vettoriale attorno a detti punti. Dire se il sistema sia hamiltoniano.

-

- 2) Si consideri un pendolo semplice di lunghezza  $\ell$  e massa  $m$ , il cui punto di sospensione  $P_0 = (0, y_0)$  si muove lungo l'asse verticale di moto accelerato, secondo la legge  $y_0 = Y_0 \sin(\Omega t)$ . Si scriva la lagrangiana nel sistema di riferimento inerziale e si derivino le equazioni del moto. Se ci si pone in un sistema di riferimento NON INERZIALE, solidale con il moto di  $P_0$ , scrivere la corrispondente Lagrangiana e verificare che con la precedente differisce per la derivata totale rispetto al tempo di una certa funzione da determinare.

- -

- 3) Scrivere la lagrangiana per una particella carica  $q$  e di massa  $m$ , che è sottoposta all'azione di un campo magnetico uniforme  $\vec{B} = B \hat{z}$ . Calcolare i momenti coniugati e determinare la corrispondente Hamiltoniana, supponendo di usare la gauge simmetrica per scrivere il potenziale vettore  $\vec{A}$ . Ripetere il calcolo modificando la gauge in modo che il nuovo potenziale sia  $\vec{A}' = (f(x), Bx, 0)$ , e trovare la trasformazione canonica che collega le due Hamiltoniane.

-

- 4) Un'asta rigida omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  è libera di ruotare nel piano verticale attorno ad un suo estremo in  $O$ . Un punto materiale mobile  $P$ , di ugual massa scorre lungo l'asta senza attrito, ma è soggetto ad una forza di richiamo elastica verso  $O$  e costante elastica  $k$ . Si calcoli l'Hamiltoniana del sistema e si trovino le configurazioni di equilibrio. Si determinino le frequenze delle piccole oscillazioni attorno ai punti di equilibrio.

-

- 5) Un protone di grande energia raggiunge la Terra dallo spazio esterno con energia cinetica pari a  $3.0 \times 10^{20} \text{ eV}$ . Calcolare il suo fattore di Lorentz  $\gamma$ , la sua velocità rispetto alla Terra, quanto tempo (terrestre) ha impiegato per attraversare un diametro della Via Lattea  $L_0 = 9.8 \times 10^4$  anni luce e quanto nel proprio sistema?

-

- 6) Un fotone di frequenza  $\omega = 3.5 \times 10^{23} \text{ sec}^{-1}$  viene deflesso a  $45^\circ$  da un elettrone libero fermo. Calcolare l'energia del fotone diffuso ed il momento finale dell'elettrone.

-

- 7) Sapendo che la frequenza di soglia dell'effetto fotoelettrico sul sodio è  $\nu_0 = 5.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , dire quale corrente può essere fotoemessa dalla luce solare, supposta monocromatica alla lunghezza di picco del corpo nero, su un catodo di sodio di area unitaria, posto ortogonalmente alla direzione del Sole al di fuori dell'atmosfera. Si ricordi che la costante solare vale  $1367 \text{ W/m}^2$  e che la sua temperatura superficiale è  $5777^\circ \text{K}$ .

-

- 8) Nel sistema di riferimento del laboratorio una particella di massa a riposo  $m$  collide con velocità  $v$  su un'altra particella, ferma e di uguale massa. L'urto produce una nuova unica particella. Calcolare la massa a riposo della nuova particella e la sua velocità .

-

## 1 Costanti e fattori di conversione

- Velocità della luce nel vuoto:  $c = 299792458 \text{ m/sec}$
- Costante di Planck:  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ joule sec}$  ( $\hbar = 1.054571800(13) \times 10^{-34} \text{ j sec}$ )
- $1 \text{ eV} = 1.60218 \times 10^{-19} \text{ joule}$
- Costante di Wien:  $b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m } ^\circ K$
- Costante di Stefan-Boltzmann :  $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ K^4}$
- Costante di Boltzmann  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{joule}}{^\circ K}$
- Numero di Avogadro :  $N_A = 6,022 \times 10^{23}$
- Massa del protone :  $m_p = 1.6726219 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Massa dell'elettrone :  $m_e = 9.10938 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Massa del neutrone :  $m_n = 939.6 \text{ MeV}$
- Lunghezza d'onda Compton per l'elettrone :  $2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$