

Introduzione alla Fisica Moderna - a.a. 2015-16

20/4/2016

Nome Cognome Matricola:

- 1) Una particella di massa m è vincolata a muoversi in un piano, sotto l'azione di una forza di attrazione verso l'origine degli assi, proporzionale alla lunghezza del raggio vettore, e di un'altra forza diretta perpendicolarmente al raggio vettore ed opposta alla direzione del moto, che è inversamente proporzionale alla distanza dall'origine. Stabilire se e quali di queste forze derivano da un potenziale e scrivere le equazioni di Lagrange del moto.

-

- 2) Si consideri un sistema ad un solo grado di libertà sottoposto all'azione del potenziale

$$V = -(M_1 R g \sin \alpha) \theta - M_2 R g \cos \theta,$$

dove tutte le costanti sono positive. Determinare: a) la condizione tra le costanti in modo tale esistano punti di equilibrio; b) il valore dei punti di equilibrio e la loro stabilità, c) tracciare nel piano delle fasi $(\theta, \dot{\theta})$ il ritratto dei possibili moti.

-

- 3) Si consideri il sistema Hamiltoniano descritto da

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 p_i^2 + \frac{g^2}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j \neq i}^3 (q_i - q_j)^{-2},$$

dimostrare che oltre a due integrali del moto elementari (quali ?) ne esiste un terzo della forma $L = \sum_{i=1}^3 p_i^3 + 3g^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j \neq i}^3 p_i \left[(q_i - q_j)^{-2} \right]$.

-

4) Mostrare che la trasformazione

$$p = m\omega q \cot Q, \quad q = \sqrt{\frac{2P}{m\omega}} \sin Q$$

è canonica.

—

6) Nel nostro sistema di riferimento una particella viene prodotta all'istante t_0 e decade all'istante t_1 in altre particelle, percorrendo in linea retta un tratto L a velocità costante.

a) Quanto vale la vita della particella nel suo sistema di riferimento. b) Supponete che invece la velocità della particella diminuisca con accelerazione costante a .

—

7) Si abbia un pendolo semplice microscopico meccanico soggetto alla forza peso e ad una forza dissipativa. Si determini la lunghezza tipica del pendolo affinché le variazioni di energia dovute alla dissipazione siano dell'ordine di 10^{-2} rispetto all'energia totale.

—