

# Introduzione alla Fisica Moderna - a.a. 2016-17

12/02/2018

Nome Cognome Matricola:

- 1) Un sistema meccanico è descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{x} &= k x - x y \\ \dot{y} &= -y + h x y \end{cases} \quad (1)$$

Si individuino tutti i punti di equilibrio del sistema e se ne studi la stabilità al variare di  $k$ ,  $h \in \mathbf{R}^+$ . Si tracci un grafico delle linee di flusso nel piano delle fasi.

-

- 2) Un sistema meccanico è costituito da 4 punti materiali di uguale massa, diciamo  $m$ , vincolati come segue.  $P_1$  e  $P_2$  si muovono su una guida circolare di raggio  $r$  posta nel piano verticale.  $P_3$  e  $P_4$  possono scorrere lungo la retta orizzontale tangente alla circonferenza nello stesso piano nel punto inferiore.  $P_1 - P_3$ ,  $P_2 - P_4$  sono tra di loro collegati da una molla armonica di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla, mentre  $P_1 - P_2$  interagiscono ancora con una molla di costante  $k$ , ma lunghezza a riposo  $r/2$ . Tutto avviene sotto l'azione della forza peso e in assenza attriti. Scrivere la Lagrangiana del sistema.

-

- 3) Un sistema a tre gradi di libertà ha Lagrangiana  $L = \frac{1}{2}M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}k^2 (y^2 + x^2)$ : ammette coordinate cicliche? Quali sono i momenti ad esse coniugati. Qual è l'espressione dell'energia meccanica? Esiste un ulteriore integrale del moto?

-

- 4) Scrivere la lagrangiana per una particella carica  $q$  e di massa  $m$ , che è sottoposta all'azione di un campo magnetico uniforme  $\vec{B} = B \hat{z}$ . Trovare i momenti coniugati e scrivere la corrispondente Hamiltoniana supponendo di usare la gauge simmetrica per scrivere il potenziale vettore  $\vec{A}$ . Ripetere che cambiando gauge in modo che il nuovo potenziale sia  $\vec{A}' = (f(x), Bx, 0)$ , trovando la trasformazione canonica che collega le due Hamiltoniane.

-

- 5) Usando le parentesi di Poisson fondamentali per  $(q, p)$  trovare i valori di  $a$  e  $b$  per i quali le relazioni

$$Q = q^a \cos bp, \quad P = q^a \sin bp \quad (2)$$

rappresentano delle trasformazioni canoniche. Inoltre trovare una funzione generatrice di tipo  $F_3$ .

-

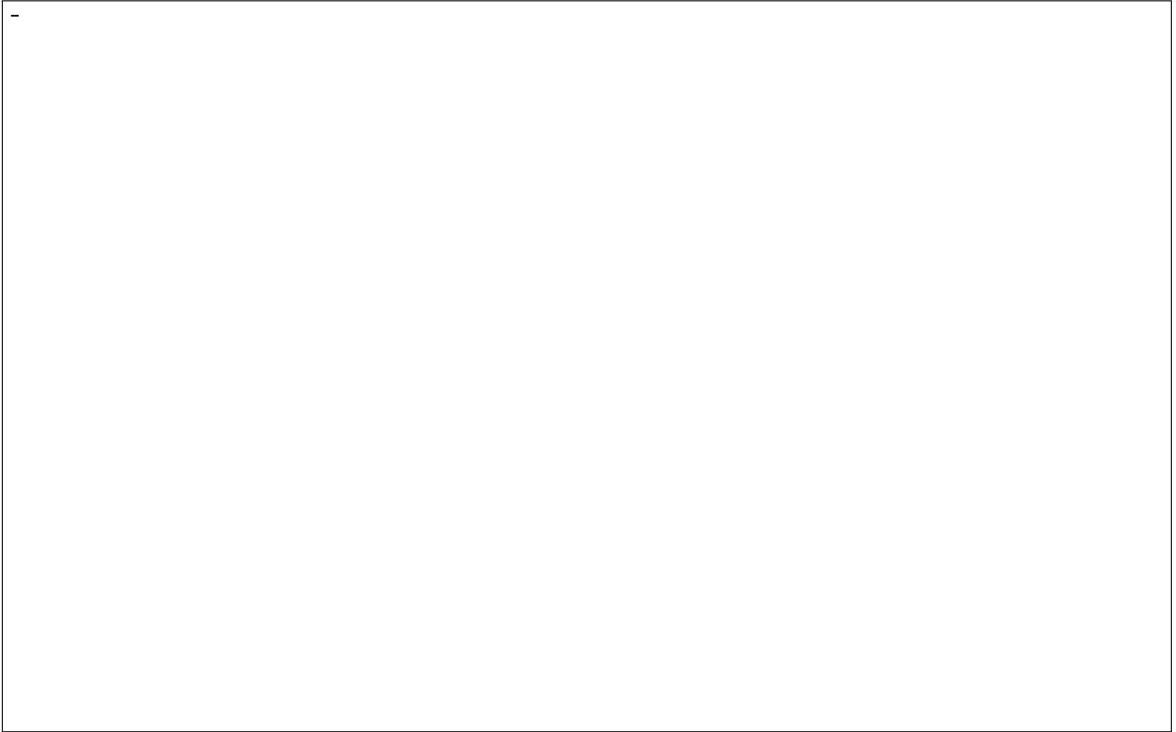
- 6) Una sorgente puntiforme monocromatica emette la potenza  $P_o = 1W$  alla lunghezza d'onda  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Quanto vale il flusso di fotoni alla distanza  $\ell = 1.00 \text{ m}$  dalla sorgente?

-

- 7) Sapendo che la frequenza di soglia dell'effetto fotoelettrico sul sodio è  $\nu_0 = 5.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , dire quale corrente può essere fotoemessa dalla luce solare su un catodo di sodio di area unitaria, posto ortogonalmente alla direzione del Sole al di fuori dell'atmosfera. Si ricordi che la costante solare vale  $1367 \text{ W/m}^2$  e che la sua temperatura superficiale è  $5777^\circ \text{K}$ .

-

- 8) Un fotone di frequenza  $\omega = 3 \times 10^{22} \text{ sec}^{-1}$  viene deflesso a  $45^\circ$  da un elettrone libero fermo. Calcolare l'energia del fotone diffuso ed il momento finale dell'elettrone. ( $\hbar = 1.054571800(13) \times 10^{-34} \text{ J sec}$ ,  $c = 299792458 \text{ m/sec}$ ,  $m_e = 9.10938356(11) \times 10^{-31}$ )



- 9) Nel sistema di riferimento del laboratorio una particella di massa a riposo  $m_1$  collide con velocità  $v \hat{x}$  su un'altra particella ferma di massa  $m_2$ . Calcolare le componenti del quadrimomento totale e il suo modulo. Trovare il sistema di riferimento nel quale si annullano tutte le componenti spaziali del quadrimomento. Quanto vale l'energia in questo sistema?

-