Soluzione della prova scritta di Fisica 1 del 2/03/2010

1 Quesito

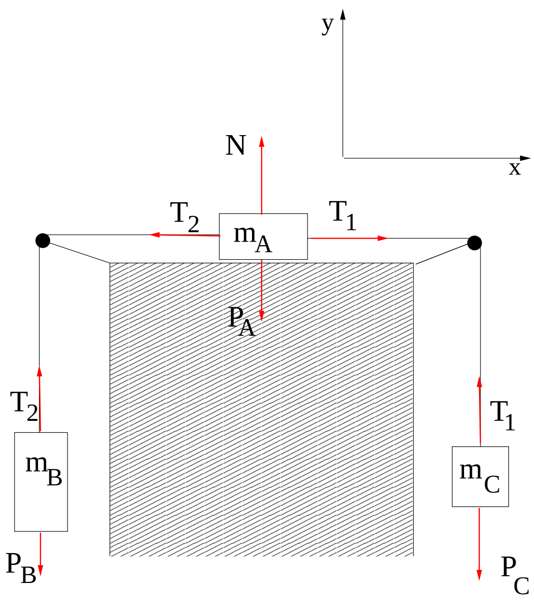

Figura 1: Quesito 2

L'accelerazione della massa m$_A$ (che coincide in modulo con l'accelerazione di m$_B$ e di m$_C$) si ricava dal calcolo della risultante delle forze agenti su ciascuna massa. In un sistema di riferimento con l'asse delle x orizzontale orientato verso destra ed asse y verticale diretto verso l'alto (vedi figura 1), si ha:

$$
\begin{array}{lll}
m_A : & forze\ lungo\ x & T_1 - T_2 = m_A a \\
m_A : & forze\ lungo\ y & N = m_A g \\
m_B : & forze\ lungo\ y & T_2 - m_B g = m_B a \\
m_C : & forze\ lungo\ y & T_1 - m_C g = -m_C a
\end{array}
\tag{1}
$$

in cui si è utilizzato il fatto che ad uno spostamento lungo i rispettivi assi x ed y positivi delle massse m$_A$ ed m$_B$ corrisponde uno spostamento lungo la direzione negativa dell'asse y per la massa m$_C$. Sommando la seconda equazione alla differenza della prima e della terza si ottiene

$$a = \frac{m_C - m_B}{m_A + m_B + m_C} g \tag{2}$$

Numericamente, $a = 0.42$ m/s^2.
In presenza di una forza di attrito statico f_a, ed in condizioni di equilibrio, le equazioni 1 si modificano in:

$$\begin{array}{lll} m_A: & forze\ lungo\ x & T_1 - T_2 + f_a = 0 \\ m_A: & forze\ lungo\ y & N = m_A g \\ m_B: & forze\ lungo\ y & T_2 - m_B g = 0 \\ m_C: & forze\ lungo\ y & T_1 - m_C g = 0 \end{array} \tag{3}$$

da cui si ottiene immediatamente

$$f_a = m_B - m_C$$

Inoltre vale che

$$|f_a| \leq \mu |N|$$

da cui si ricava

$$\mu \geq \frac{|m_B - m_C|}{m_A}$$

Numericamente, $\mu \geq 1.5$.

2 Quesito

Durante l'urto, non si conserva l'energia cinetica del sistema sbarra-massa. L'urto è infatti totalmente anelsatico (la massa rimane conficcata nella sbarra). A causa della presenza della reazione vincolare in O, di natura impulsiva, non si conserva neppure la quantità di moto. Viceversa, nell'ipotesi di urto istantaneo, il contributo del momento frenante (di modulo costante, come conseguenza dela costanza di τ) diventa trascurabile durante l'urto e la reazione vincolare ha momento nullo rispetto ad O. Dunque il momento angolare del sistema sbarra-massa calcolato rispetto ad O si conserva durante l'urto.

$$m v_0 \frac{l}{4} = I_{tot} \omega_0 \tag{4}$$

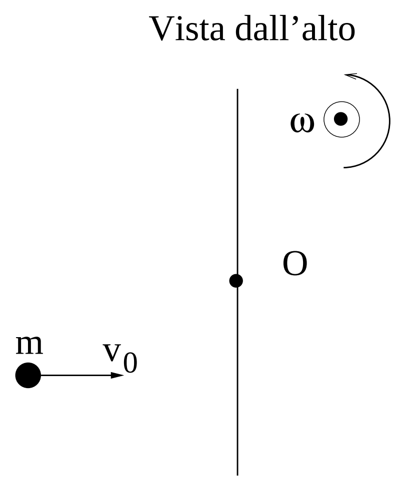

Figura 2: Quesito 2

ω_0 ed I_{tot} sono rispettivamente la velocità angolare ed il momento di inerzia del sistema rispetto ad un asse verticale passante per O, subito dopo l'urto. I_{tot} si può calcolare sfruttando l'additività del momento di inerzia

$$I_{tot} = \frac{1}{12}Ml^2 + m\left(\frac{l}{4}\right)^2 \tag{5}$$

Dall'equazione 2 si ottiene:

$$\omega_0 = \frac{mv_0 l}{4I_{tot}} \tag{6}$$

Numericamente, ω_0 =1.46 rad/s.
Dopo l'urto, il moto del sistema sbarra-massa è descritto dalla II equzione cardinale

$$I_{tot}\alpha = -\tau \tag{7}$$

in cui α è il modulo (costante) dell'accelerazione angolare e si è assunto come verso positivo delle rotazioni quello indicato in figura (verso antiorario). Da considerazioni di cinematica segue che:

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \alpha t + \omega_0 \\ \theta(t) &= \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t \end{aligned} \tag{8}$$

in cui $\omega = d\theta/dt$ e $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$. L'istante in cui il sistema si arresta corrisponde al tempo t_{stop} in cui si annulla la velocità angolare, ovvero

$$t_{stop} = -\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{\omega_0 I_{tot}}{\tau}$$

Il numero di giri completi effettuati si ottiene:

$$N_{giri} = \frac{\theta(t_{stop})}{2\pi} \tag{9}$$

Numericamente, N_{giri}=69

3 Quesito

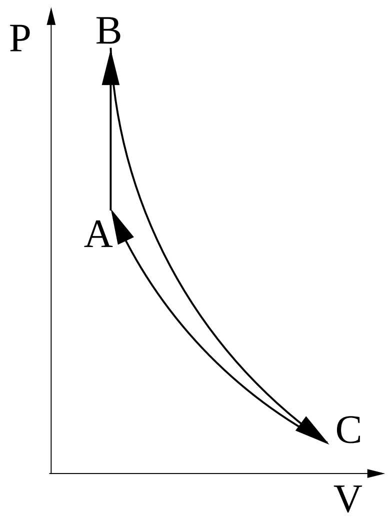

Figura 3: Quesito 3

Il ciclo reversibile descritto nel testo è rappresentato in figura. È costituitio da una trasformzione isocora AB, da una trasformazione abiabatica BC e da una trasformazione isoterma CA. Il volume nello stato C si calcola sfruttando il fatto che la trasformazione BC è un'adiabatica reversibile lungo cui, quindi, vale $TV^{\gamma-1}$=costante (γ=7/5 nel caso di un gas biatomico):

$$\begin{aligned} T_C V_C^{(\gamma-1)} &= T_B V_B^{(\gamma-1)} \\ V_C &= \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_B \end{aligned} \tag{10}$$

Numericamente si ottiene V_C=64 m^3. P$_C$ si ricava dalla relazione dei gas perfetti. La tabella seguente riassume il valore delle variabili termodinamiche negli stati A, B e C.

	Volume	Pressione	Temperatura
A	2m^3	10kPa	T$_A$=$\frac{P_A V_A}{nR}$= 1203K
B	2m^3	40kPa	T$_B$=$\frac{P_B V_A}{nR}$=4812K
C	64m^3	312Pa	T$_C$=T$_A$=1203K

- Trasformazione AB, isocora ($L_{AB} = 0$):

$$
\begin{aligned}
Q_{AB} &= \int_A^B nC_v dT = nC_v(T_B - T_A) \\
S_{AB} &= \int_A^B nC_v \frac{dT}{T} = nC_v ln\frac{T_B}{T_A}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

  Numericamente, Q_{AB}=150KJ, S_{AB}=57.6 J/K.

- Trasformazione CA, isoterma ($Q_{CA} = L_{CA}$):

$$
\begin{aligned}
L_{CA} &= \int_C^A pdV = \int_C^A nRT\frac{dV}{V} = nRT_A ln\frac{V_A}{V_C} \\
S_{CA} &= \int_C^A \frac{dQ}{T} = \int_C^A \frac{pdV}{T} = \int_C^A nRT\frac{dV}{V} = nRln\frac{V_A}{V_C}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Numericamente, $Q_{CA} = L_{CA}$=-69.3 kJ, S_{CA}=-57.6 J/K.
Nella trasformazione BC (adiabatica reversibile) $Q_{BC} = 0, S_{BC} = 0$. Dal primo principio della termodinamica ($Q - L = 0$ in un ciclo termodinamico), segue che L_{BC} = 150kJ. Si noti inoltre che la variazione complessiva di entropia sul ciclo considerato è ovviamente zero. Il rendimento del ciclo termodinamico è

$$
\eta = \frac{\text{(Lavoro scambiato)}}{\text{(Calore assorbito)}} = \frac{L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}}{Q_{AB}}
\tag{13}
$$

Numericamente si ottiene $\eta \sim 54\%$.