Esercitazione 3

Dalla prova d'esame del 9/11/2017

1. Due particelle di massa m si trovano all'interno di una buca infinita unidimensionale, cioè $V = 0$ se $0 \leq x \leq a$ e $V = \infty$ altrove. Dette x_1 e x_2 le rispettive coordinate la loro funzione d'onda è

$$\psi(x_1, x_2) \propto \sin\left(\frac{\pi}{a}x_1\right)\sin\left(\frac{\pi}{a}x_2\right) + \sqrt{\frac{1}{2}}\sin\left(\frac{2\pi}{a}x_1\right)\sin\left(\frac{2\pi}{a}x_2\right).$$

1. Quali sono i valori permessi dell'energia della particella 1? Con che probabilità si ottengono?
2. Rispondere alle stesse domande per l'energia totale (somma delle energie della particella 1 e 2).
3. Dopo aver misurato l'energia della particella 1, ottenendo il minimo valore possibile, quali sono i possibili esiti di una misura dell'energia della particella 2?

2. Una particella di massa m, vincolata a muoversi in una dimensione è soggetta al potenziale attrattivo ($\alpha > 0$)

$$\begin{cases} V(x) = -\alpha\delta(x+a), & x \leq 0 \\ V(x) = \infty, & x > 0. \end{cases}$$

1. Giustificare le condizioni di raccordo sulla funzione d'onda nel punto $x = -a$.
2. È possibile avere stati legati? Quale condizione devono soddisfare i parametri a e α.
3. Determinare il coefficiente di riflessione per un'onda piana proveniente da $x = -\infty$.

Dalla prova d'esame del 2/1/2018

3. Si consideri una buca di potenziale infinita unidimensionale tra $x = -a/2$ e $x = a/2$.

1. Determinare gli stati stazionari e le loro proprietà di parità.
2. Si accende nella buca il potenziale $V(x) = \alpha\delta(x)$. Cosa accade agli stati dispari trovati al punto precedente?
3. Scrivere l'equazione trascendente che determina le possibili energie.

Dalla prova d'esame del 11/9/2018

1. Un modello unidimensionale per lo ione H_2^+ rappresenta il potenziale dell'elettrone come due buche deltiformi poste in corrispondenza dei nuclei, supposti separati da una distanza R,

$$V(x) = -\alpha \left[\delta\left(x - \frac{R}{2}\right) + \delta\left(x + \frac{R}{2}\right) \right].$$

1. Scrivere l'equazione di Schroedinger per gli stati stazionari dell'elettrone, discutendo e giustificando le condizioni al bordo e di raccordo. **5 pt.**
2. Determinare il valore di α affinché lo stato legato dell'elettrone nel campo di un solo nucleo abbia l'energia del livello $1s$ dell'atomo di idrogeno. **5 pt.**
3. Mostrare che la generica sovrapposizione **3 pt.**

$$\psi(x) = A e^{-\rho|x-R/2|} + B e^{-\rho|x+R/2|},$$

con ρ legato opportunamente all'energia, soddisfa l'equazione di Schroedinger, le condizioni al contorno per $x \to \pm\infty$ e le condizioni di continuità in $x = \pm R/2$.

4. Imporre le condizioni di discontinuità della derivata e trovare l'equazione trascendente che determina ρ. **2 pt.**