# I mercati imperfettamente concorrenziali

*Dispensa a complemento del manuale*

Microeconomia
Metodi e Strumenti

(A. Chirco - M. Scrimitore)

G. Giappichelli Editore – Torino

# 1. Introduzione

Lo studio dei mercati perfettamente concorrenziali dovrebbe aver chiarito quali siano le caratteristiche fondamentali di tali mercati:

1. l'esistenza di un gran numero di produttori;
2. l'omogeneità del prodotto offerto dalle varie imprese;
3. la totale trasparenza del mercato, ossia la perfetta informazione degli agenti (in particolare degli acquirenti) sulle caratteristiche del bene scambiato.

Ciò che occorre sottolineare è che tali ipotesi, in particolare la terza, dovrebbero valere nella loro forma più estrema affinchè un mercato possa preservare le proprie caratteristiche di perfetta concorrenzialità. Non è sufficiente che esse siano 'approssimativamente' verificate. Questo rende ancor più difficile poter pensare che i mercati funzionino effettivamente secondo il paradigma della concorrenza perfetta e suggerisce di approfondire, anche se in termini semplici e spesso intuitivi, il comportamento dei cosiddetti *mercati imperfettamente concorrenziali*.

Per far questo si può procedere abbandonando di volta in volta una delle tre ipotesi precedenti e studiando le relative configurazioni assunte dai mercati. Abbandonare una sola ipotesi alla volta può nuovamente creare riferimenti a situazioni 'irrealistiche', ma è una procedura indispensabile per costruire modelli analiticamente trattabili.

Vedremo in particolare come:

- l'ipotesi (1) non sia verificata nei mercati *monopolistici* (un solo produttore) e *oligopolistici* (pochi produttori);
- l'ipotesi (2) non sia verificata nei mercati con *differenziazione del prodotto*;
- l'ipotesi (3) non sia verificata nei mercati con *informazione imperfetta*.

# 2. I mercati monopolistici

## 2.1. Premessa

Quale che sia la forma di mercato prevalente, concorrenziale o non concorrenziale, gli economisti attribuiscono di solito all'impresa l'obiettivo della massimizzazione del profitto. Ciò che varia nelle varie forme di mercato non è pertanto la funzione obiettivo dell'impresa, quanto i vincoli cui l'impresa è soggetta nel perseguimento di tale obiettivo.

Il profitto $\pi$ di un'impresa non è altro che la differenza tra ricavo totale $R$ (prezzo per quantità venduta) e costo totale $C$. Ricavo totale e costo sono entrambi funzione delle quantità vendute. Possiamo scrivere quindi:

$$\pi(q) = R(q) - C(q) \tag{2.1}$$

Massimizzare il profitto significa pertanto calcolare quel livello di $q$ per cui $\pi(q)$ è massimo. Sappiamo che ciò deve avvenire quando:

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{dR}{dq} - \frac{dC}{dq} = 0 \tag{2.2}$$

La condizione (2.1) stabilisce che il profitto è massimo se l'impresa produce quella quantità in corrispondenza della quale il ricavo marginale $RMa \equiv \frac{dR}{dq}$, cioè il ricavo che l'impresa può trarre dalla vendita di un'unità addizionale, è uguale al costo marginale $CMa \equiv \frac{dC}{dq}$, cioè il costo in cui l'impresa incorre per produrre quell'unità addizionale.

Vediamo ora come questo problema di ottimizzazione generale si configura in un mercato concorrenziale e in un mercato monopolistico.

## 2.2. Il livello di produzione ottimo in concorrenza perfetta

In concorrenza perfetta la singola impresa è *price-taker*, considera cioè il prezzo di mercato come un dato. A tale prezzo l'impresa può vendere qualsiasi quantità essa intenda immettere sul mercato. Ciò equivale a dire che la curva di domanda fronteggiata dalla singola impresa è orizzontale in corrispondenza del prezzo di mercato (Figura 2.1).

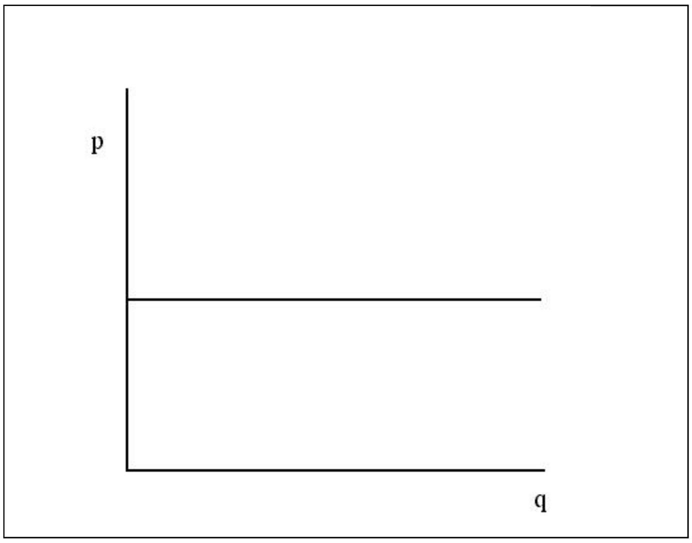


**Figura 2.1.** *La domanda fronteggiata dalla singola impresa in un mercato concorrenziale*

Se il prezzo è un dato che la singola impresa non può modificare, la funzione del ricavo può essere scritta nel modo seguente:

$$R(q) = pq \tag{2.3}$$

Sostituendo la (2.3) nella (2.1), otteniamo la funzione di profitto dell'impresa concorrenziale:

$$\pi(q) = R(q) - C(q) \tag{2.4}$$

Il massimo di questa funzione si verifica in corrispondenza del livello di $q$ per cui:

$$\frac{d\pi}{dq} = p - \frac{dC}{dq} = 0$$

ossia:

$$p = \frac{dC}{dq} \tag{2.5}$$

Questa non è altro che la nota condizione di eguaglianza tra prezzo e costo marginale, condizione che individua il livello di produzione ottimo, $q^*$, per l'impresa concorrenziale.

Notate come l'eguaglianza tra prezzo e costo marginale sia qui perfettamente coerente con la condizione (2.2). In concorrenza perfetta infatti il ricavo marginale coincide ovviamente con il prezzo di mercato.

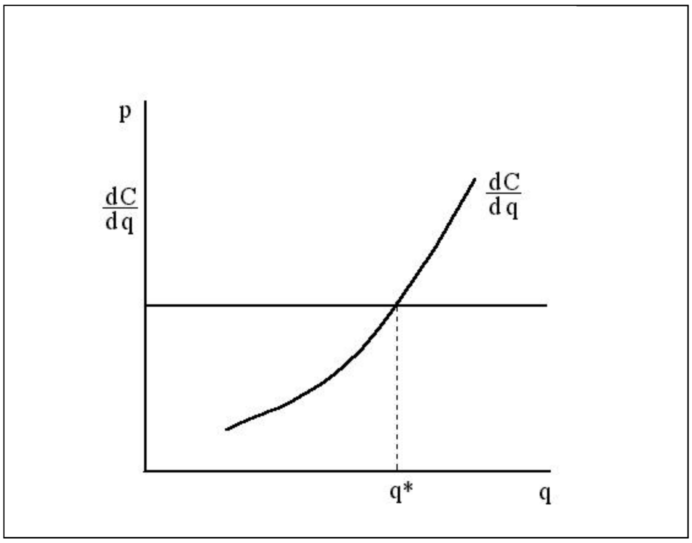


**Figura 2.2.** *La condizione $RMa = CMa$ in un mercato concorrenziale*

## 2.3. Il problema di ottimo del monopolista

Un'impresa monopolistica è l'unica impresa che produce un certo bene o servizio, ossia è l'unica a operare dal lato dell'offerta sul proprio mercato.

Osservazione: La differenza fiondamentale tra un'impresa concorrenziale e un'impresa monopolistica è che quest'ultima ha di fronte l'intera curva di domanda del mercato, negativamente inclinata.

L'implicazione principale è che per l'impresa monopolistica il prezzo non è un dato, nel senso che essa è libera di fissarlo a un valore oppure a un altro. Naturalmente, se il monopolista stabilisce un prezzo elevato, il mercato sarà disposto ad assorbire soltanto una quantità limitata del suo prodotto, mentre a un prezzo più basso la domanda sarà maggiore. In altre parole, mentre l'impresa concorrenziale può aumentare o diminuire la quantità venduta senza modificare il prezzo (la curva di domanda relativa alla singola impresa è orizzontale), il monopolista deve abbassare il prezzo per espandere le vendite, oppure deve essere disposto ad accettare una contrazione delle vendite per poter innalzare il prezzo. Il monopolista deve muoversi cioè lungo la curva di domanda del mercato negativamente inclinata, quale la **AD** nella Figura (2.3).

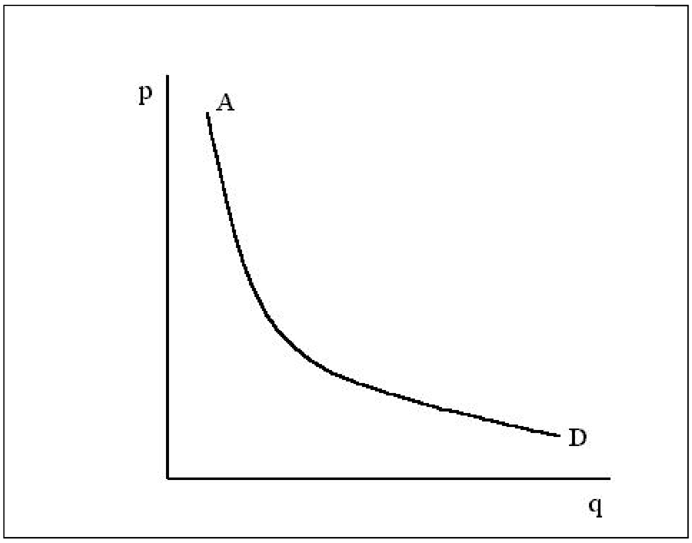


**Figura 2.3.** *La curva di domanda fronteggiata da un monopolista*

L'equazione generica della curva di domanda del mercato è del tipo:

$$p = p\,(q) \qquad \frac{dp}{dq} < 0$$

Se il prezzo vigente sul mercato costituisce il vincolo dell'impresa concorrenziale, la curva di domanda del mercato rappresenta il vincolo dell'impreesa monopolistica che massimizza il profitto. Sostituendo tale vincolo nella funzione di profitto dell'impresa, otteniamo:

$$\pi(q) = p(q)\,q - C(q) \tag{2.6}$$

Il profitto del monopolista è massimo in corrispondenza di quel livello della quantità per cui:

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p - \frac{dC}{dq} = 0$$

ossia:

$$\frac{dp}{dq}q + p = \frac{dC}{dq} \tag{2.7}$$

Il termine alla destra del segno di uguaglianza non è altro che il ricavo marginale. Esso non coincide con il prezzo perchè l'impresa monopolistica *deve* modificare il prezzo al variare della quantità che intende immettere sul mercato.

La (2.7) è pertanto la configurazione della (2.2) in un mercato monopolistico e definisce il comportamento ottimale da parte dell'impresa.

Può essere a questo punto opportuno procedere a un semplice esempio algebrico e alla sua rappresentazione grafica (Figura 2.4).

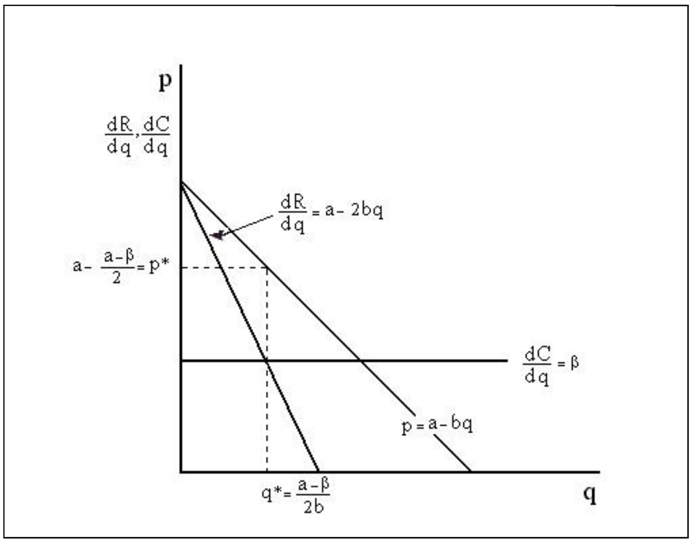


**Figura 2.4.** *L'equilibrio del monopolista con curva di domanda lineare*

Sia la curva di domanda del mercato lineare del tipo:

$$p = a - bq$$

Supponiamo che anche la funzione dei costi sia lineare:

$$C = \alpha + \beta q$$

La funzione del ricavo totale è pertanto $(a - bq)\,q$ e quella del ricavo marginale $(a - 2bq)$. La condizione (2.7) impone che

$$a - 2bq = \beta$$

ossia:

$$q^* = \frac{a - \beta}{2b}$$

Una volta calcolata la quantità ottimale $q^*$, l'impresa determina lungo la curva di domanda il prezzo corrispondente:

$$p^* = a - \frac{a - \beta}{2}$$

Nella Figura 2.4 potete verificare come l'impresa determini la quantità ottimale eguagliando costo marginale e ricavo marginale in corrispondenza di **E**, e quindi calcoli lungo la curva di domanda il prezzo al quale può vendere tale quantità.

### 2.3.1. Le proprietà dell'equilibrio monopolistico

È noto come l'equilibrio concorrenziale debba collocarsi nel tratto crescente della curva del costo marginale. In generale, infatti, la condizione di secondo ordine per la massimizzazione del profitto richiede che:

$$\frac{d^2 R\,(q)}{dq^2} - \frac{d^2 C\,(q)}{dq^2} < 0 \tag{2.8}$$

In concorrenza perfetta il primo termine di questa espressione è nullo (come potete verificare derivando ulteriormente la (2.5) rispetto a $q$) e quindi $\frac{d^2 C(q)}{dq^2}$ deve essere positivo. Ciò avviene appunto nel tratto crescente della curva del costo marginale. Dal punto di vista economico, in un sistema perfettamente concorrenziale con prezzo dato, la presenza di costi marginali decrescenti indurrebbe tutte le imprese a cercare di espandere la propria produzione, con l'obiettivo di realizzare sempre maggiori profitti. Ma questo condurrebbe rapidamente il prezzo a zero.

In regime di monopolio, invece, il primo termine della (2.8) non è nullo. La condizione di secondo ordine impone semplicemente che:

$$\frac{d^2 C\,(q)}{dq^2} > \frac{d^2 R\,(q)}{dq^2}$$

Poichè la curva del ricavo marginale è negativamente inclinata, quest'ultima condizione è sicuramente verificata nel tratto crescente della curva del costo marginale, ma può valere anche con costi marginali decrescenti, purchè la curva del costo marginale sia più piatta di quella della curva del ricavo marginale (Figura 2.5).

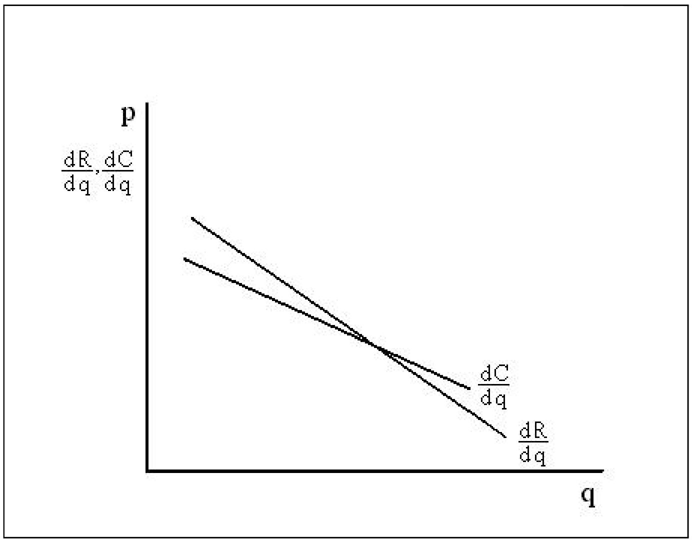


**Figura 2.5.** *Equilibrio del monopolista e costi marginali decrescenti*

Va sottolineato che non solo l'equilibrio del monopolista è compatibile con costi marginali decrescenti, cioè con la presenza di economie di scala, ma spesso tali economie di scala sono una delle cause stesse dell'emergere di situazioni di monopolio. Basti pensare ai cosiddetti *monopoli naturali.*

Lo sviluppo della condizione (2.7) ci permette alcune ulteriori interessanti considerazioni sulle caratteristiche dell'equilibrio monopolistico. Raccogliendo $p$, si ottiene:

$$p\left(1+\frac{q}{p}\frac{dp}{dq}\right)=\frac{dC}{dq}$$

Ricordando che $\frac{p}{q}\frac{dq}{dp}$ non è altro che l'elasticità $\varepsilon$ della curva di domanda, e che $\frac{dq}{dp}<0$, possiamo scrivere:

$$p\left(1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right)=\frac{dC}{dq} \qquad (2.9)$$

dove $|\varepsilon|$ denota il valore assoluto dell'elasticità della domanda. Notiamo innanzitutto che al lato destro della (2.9) troviamo una grandezza certamente non negativa. Questo implica che anche l'espressione $\left(1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right)$ debba essere non negativa e quindi che $|\varepsilon|$ debba essere necessariamente maggiore di 1.

Osservazione. L'ottimo del monopolista si colloca sempre in corrispondenza di un punto lungo la curva di domanda caratterizzato da un'elasticità maggiore di 1 in valore assoluto.

Posta questa condizione, la (2.9) garantisce inoltre che nell'ottimo del monopolista il prezzo sia sempre maggiore del costo marginale. Ciò significa che l'equilibrio del monopolista non costituisce un ottimo dal punto di vista del benessere sociale complessivo. Quiesta osservazione merita un approfondimento, perchè è proprio su tale caratteristica di subottimalità che trovano fondamento economico gli argomenti a favore di una legislazione antimonopolistica.

## 2.4. Efficienza allocativa, efficienza distributiva e monopolio

Un mercato utilizza in modo efficiente le proprie risorse se sono verificate le seguenti due condizioni:

- il prezzo è uguale al costo marginale (efficienza allocativa);
- tutti i consumatori pagano il medesimo prezzo (efficienza distributiva).

È facile comprendere intuitivamente il significato di queste due condizioni.

*Efficienza allocativa.* Se il prezzo non è uguale al costo marginale, la valutazione che i consumatori attribuiscono all'ultima unità del bene acquistato (il prezzo) non coincide con il costo di produzione di quell'unità. Se il prezzo è, per esempio, superiore al costo marginale, i consumatori attribuiscono a un'unità addizionale del bene un valore superiore al costo in cui l'impresa incorre per produrlo. Ciò significa che l'impresa (o le imprese) non sta producendo l'ammontare ottimale di quel bene e che esiste spazio per un'espansione della produzione.

*Efficienza distributiva:* Per quanto riguarda la seconda condizione, quella dell'efficienza distributiva, basti notare che in una situazione in cui consumatori diversi pagano prezzi diversi esistono vantaggi potenziali dallo scambio che i consumatori non possono evidentemente sfruttare. Supponiamo che i consumatori dei gruppi A e B paghino per il medesimo bene rispettivamente 50 e 100 euro. Questa situazione può persistere solo se ai componenti di A e B viene in qualche modo impedito di scambiare tra loro. Se lo potessero fare, infatti, un consumatore del gruppo A avrebbe convenienza ad acquistare il bene dell'impresa per 50 euro e a rivenderlo a un consumatore del gruppo B per 99 euro, con un guadagno reciproco (nell'esempio di 44 euro per A e di 1 euro per B). Un altro consumatore del gruppo A potrebbe tuttavia proporre al consumatore di B l'acquisto per 98 euro, mettendo 'fuori mercato' il proprio precedente concorrente e accontentandosi di un guadagno di 48 euro. Procedendo nel ragionamento è facile comprendere come questo processo (detto di *arbitraggio*) faccia convergere il prezzo al prezzo minimo di 50 euro. Una situazione in cui consumatori diversi pagano prezzi diversi è inefficiente, perchè esistono scambi vantaggiosi che non possono essere portati a compimento.

L'ottimo del monopolista descritto nelle pagine precedenti non è efficiente dal punto di vista allocativo. Il prezzo è superiore al costo marginale e questo significa che in un mercato monopolistico si produce 'troppo poco' almeno in rapporto a quanto avverrebbe in un corrispondente mercato concorrenziale. La

Figura 2.6 ci aiuta a comprendere questo risultato. Nella parte ($a$) della figura è rappresentato l'equilibrio del monopolista in un mercato in cui i costi marginali siano crescenti. Possiamo pensare all'equivalente mercato concorrenziale come a un mercato in cui la curva di offerta coincide con la curva del costo marginale del monopolista. Se il monopolista produce $q^*$ al prezzo $p^*$, in un mercato concorrenziale si produrrebbe $q^{**} > q^*$ al prezzo $p^{**} < p^*$.

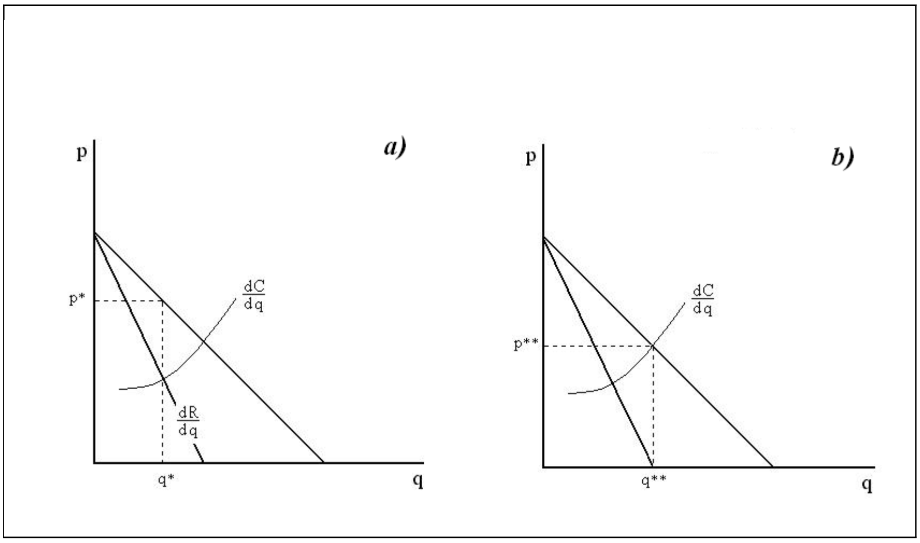


**Figura 2.6.** *Confronto tra equilibrio del monopolista ed equilibrio concorrenziale*

Come ora vedremo, esistono tuttavia particolari politiche di prezzo del monopolista, politiche definite di *discriminazione*, che se possono in casi estremi garantire al margine l'efficienza allocativa, conducono a situazioni di inefficienza distributiva. Questa osservazione ci conduce sul terreno più generale delle politiche di prezzo alternative, rispetto al modello base, sovente adottate dalle imprese monopolistiche.

## 2.5. Alcune politiche di prezzo alternative

### 2.5.1. Il monopolista discriminatore

Si parla di discriminazione sul prezzo quando un monopolista è in grado di far pagare un prezzo diverso a consumatori diversi.

Supponiamo che il mercato di un'impresa monopolistica sia costituito da due gruppi di consumatori; possiamo pensare, per esempio, ad una compagnia aerea il cui pubblico è costituito contemporaneamente da turisti e da uomini d'affari. È lecito pensare che la curva di domanda espressa da questi due gruppi di consumatori sia differente e che, in particolare, la domanda di voli degli uomini d'affari reagisca assai meno di quella dei turisti di fronte a variazioni del prezzo. In termini formali, l'elasticità della domanda dgli uomini d'affari è minore rispetto a quella dei turisti.

Qual è il comportamento ottimale di un monopolista in una simile situazione? Vogliamo dimostrare che esso prevede l'imposizione di due prezzi diversi, uno per ciascun gruppo di consumatori. La procedura di questa dimostrazione consiste nel consentire a priori all'impresa di fissare prezzi diversi, successivamente nel verificare che questa è una procedura effettivamente ottimale e nel quantificarla.

La domanda complessiva rivolta alla compagnia aerea è data dalla somma della domanda dei turisti $T$ e degli uomini d'affari $B$. Se indichiamo le curve di domanda dei due gruppi rispettivamente con $p_T(q_T)$ e $p_B(q_B)$, i profitti totali dell'impresa sono:

$$\pi(q_T, q_B) = p_T(q_T)\, q_T + p_B(q_B)\, q_B - C(q_T + q_B) \tag{2.10}$$

dove $q_T$ è la qualità del servizio (per esempio, ore di volo) venduta ai turisti e $q_B$ è quella venduta agli uomini d'affari. Naturalmente $q_B + q_T = q$, cioè la quantità complessivamente venduta.

Per ottenere le condizioni di massimo profitto, deriviamo la (2.10) rispetto a $q_T$ e $q_B$, ottenendo:

$$p_T\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_T|}\right) = \frac{dC}{dq}\frac{dq}{dq_T} = \frac{dC}{dq} \tag{2.11}$$

$$p_B\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_B|}\right) = \frac{dC}{dq}\frac{dq}{dq_B} = \frac{dC}{dq} \tag{2.11'}$$

in cui $\varepsilon_T$ e $\varepsilon_B$ indicano rispettivamente l'elasticità della curva di domanda espressa dai turisti e dagli uomini d'affari.

È evidente che solo se le due elasticità fossero identiche, sarebbe ottimale imporre il medesimo prezzo. Se non è questo il caso, le condizioni (2.11) e (2.11') prevedono che la compagnia richieda un prezzo diverso ai due gruppi di consumatori e, in particolare, un prezzo più elevato al gruppo la cui domanda è maggiormente inelastica.

Questo tipo di politica del prezzo, che viola evidentemente il criterio di efficienza distributiva, è possibile solo se l'impresa è in grado:

- di riconoscere (discriminare) coloro che appartengono ai due gruppi e,
- di impedire (come abbiamo già visto) ai componenti del gruppo che 'paga di meno' di rivendere il bene ai componenti del gruppo che 'paga di meno'.

Nel caso della compagnia aerea si possono emettere biglietti nominativi e applicare sconti (applicando così un prezzo ridotto) a giovani viaggiatori che attestino con una tessera il loro status di studenti, ai membri di gruppi familiari che viaggino tutti insieme, a coloro che intendono soggiornare nel luogo di destinazione oltre un certo numero di giorni, a coloro che sono disposti a viaggiare nel fine settimana.

Gli esempi di discriminazione sul prezzo possono essere molteplici. Dal prezzo ridotto dei cinematografi per anziani, militari e ragazzi, agli sconti per studenti praticati dai negozianti delle zone universitarie, ai differenti prezzi praticati dagli alberghi per soggiorni-vacanza o convegni, alle tariffe differenziate per famiglie e imprese per il consumo di energia elettrica.

Il caso citato più frequentemente è tuttavia quello di un'impresa che opera contemporaneamente sul mercato nazionale e sul mercato estero, mercati caratterizzati da elasticità della domanda notevolmente diverse. Se il mercato estero presenta una domanda più elastica, il prezzo praticato su tale mercato risulta inferiore a quello imposto sul mercato interno. Situazioni di questo genere si sono create frequentemente nel mercato dell'automobile, in quello di alcuni superalcolici, in quello dei soggiorni-vacanza proposti dai tour-operators.

### 2.5.2. La discriminazione perfetta

Come sappiamo, la curva di domanda del mercato esprime la quantità che il mercato è disposto ad assorbire in corrispondenza di ciascun livello del prezzo. Alternativamente possiamo dire che essa specifica il massimo prezzo che il mercato è disposto a pagare per ciascuna unità del bene in questione. Consideriamo, per esempio, la curva di domanda della Figura 2.7.

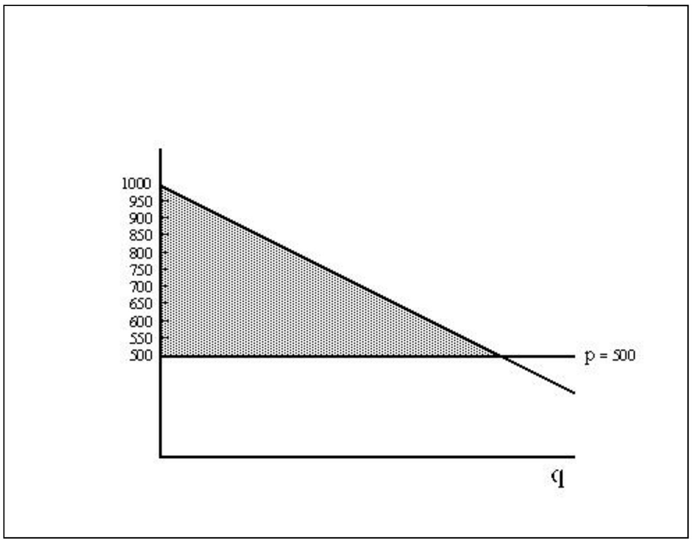


**Figura 2.7.** *Disponibilità a pagare e surplus del consumatore*

Secondo tale curva il mercato è disposto a pagare 1000 euro per la prima unità del bene, 950 per la seconda unità, e così via. Se sul mercato prevale un prezzo unico, per esempio 500 euro (cui corrispondono 10 unità del bene), sulle prime 9 unità i consumatori realizzano un *surplus*, poichè le pagano una cifra inferiore a quella che sarebbero stati disposti a pagare. Sulla prima unità tale surplus sarebbe di 500 euro, sulla seconda di 450, fino a soli 50 euro sulla nona.

Alla decima unità il mercato attribuisce un valore esattamente pari al prezzo.

Un monopolista perfettamente discriminante è colui che è in grado di far pagare al mercato il massimo prezzo possibile per ciascuna unità: 1000 euro la prima, 950 la seconda, e così via. In luogo di un unico prezzo, abbiamo un prezzo diverso per ogni unità del bene venduta dall'impresa. È intuitivo che se un monopolista è in grado di realizzare una politica di prezzo così complessa, realizza il massimo profitto producendo tutte le unità il cui prezzo è superiore al costo marginale.

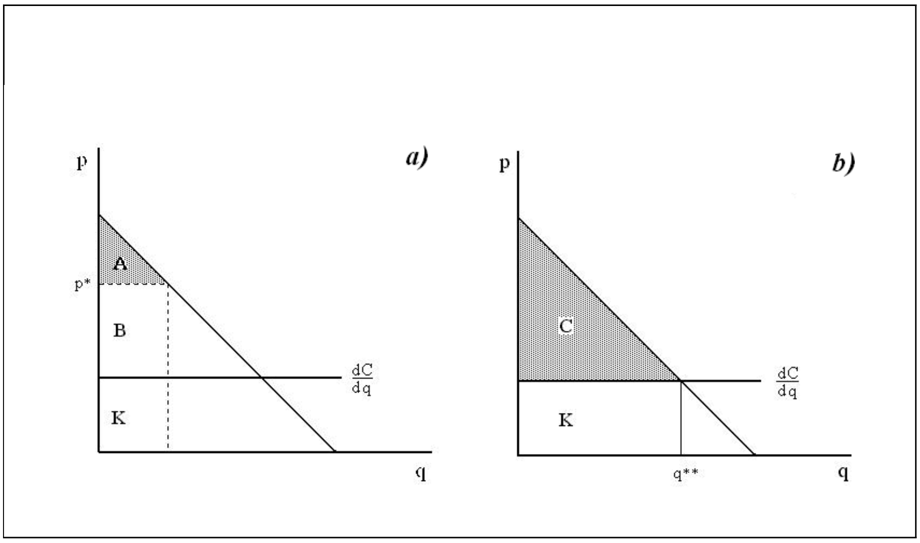


**Figura 2.8.** *Confronto tra monopolista che non discrimina e monopolista discriminatore*

La Figura 2.8 mette a confronto il comportamento di due monopolisti che fronteggiano la medesima curva di domanda e la medesima curva del costo marginale (costante). Al primo (caso $a$) non è consentita discriminazione, il secondo (caso $b$) discrimina perfettamente. Il monopolista ($a$) deve fissare un unico prezzo: egli eguaglia costo marginale e ricavo marginale in corrispondenza di $q^*$ e fissa pertanto il prezzo $p^*$. Se il prezzo è $p^*$, il surplus dei consumatori è pari all'area contrassegnata con **A**, mentre i profitti del monopolista sono pari al rettangolo **B**. Il monopolista ($b$) è in grado di far pagare un prezzo diverso, in particolare il massimo prezzo possibile, su ciascuna unità. Su ogni unità il profitto è pari alla differenza tra prezzo e costo e pertanto il profitto è massimo se il monopolista sospinge la produzione fino alla $q^{**} - ma$ unità, il cui prezzo è esattamente uguale al costo marginale. Il surplus del consumatore si annulla e viene 'completamente' espropriato dal monopolista, i cui profitti sono ora pari all'intera area **C**.

Rispetto al monopolista del caso ($a$), quello del caso ($b$) produce di più; ma questo avviene allontanandosi al massimo dall'efficienza distributiva.

Sebbene la perfetta discriminazione sia difficilmente realizzabile nei termini descritti sopra, è possibile che il monopolista ne ottenga il risultato attraverso la pratica di fornire un bene o un servizio imponendo al consumatore sia un canone fisso e indipendente dalla quantità acquistata, sia un prezzo uniforme per ogni unità acquistata. Proviamo a reinterpretare la Figura 2.8 nel modo seguente. Il mercato è composto da consumatori identici la cui domanda individuale è quella rappresentata nella figura. Una società che vende servizi di telefonia in condizioni di monopolio può adottare due strategie. Vendere il servizio (per esempio, per minuto di conversazione) al prezzo unitario di monopolio $p^*$, caso nel quale ciascun consumatore acquista $q^*$ unità; oppure può vendere il servizio a un prezzo pari al costo marginale, imponendo peraltro un canone di accesso al servizio praticamente identico all'area $C$, caso un cui i consumatori acquisteranno $q^{**}$ unità. In quest'ultimo caso il prezzo unitario basso induce i consumatori a estendere l'acquisto del servizio; d'altra parte, il canone verrà pagato purché inferiore, anche di un ammontare estremamente piccolo, al surplus del consumatore che si trae dall'acquisto di $q^{**}$ unità. Imponendo un prezzo unitario il monopolista ottiene il risultato di indurre i consumatori ad acquistare la quantità allocativamente efficiente; attraverso l'imposizione di un canone trasforma in profitti tutto il surplus del consumatore.

# 3. I mercati oligopolistici

Un mercato oligopolistico è un mercato caratterizzato da un ristretto numero di venditori. Un tipico esempio di questa forma di mercato è quello dei tour-operators in cui operano poche imprese di grandi dimensioni. Ogni impresa dispone di un certo potere di mercato, ma, a differenza di quanto avviene in un mercato monopolistico, tale potere di mercato non è assoluto. In particolare, ciascuna impresa detiene una quota di mercato sufficientemente grande da poter differenziare il prezzo (e questo distingue l'oligopolio dalla concorrenza perfetta), ma ognuna deve tener conto delle scelte operate dalle altre nel formulare le proprie decisioni ottime (e questo caratterizza l'oligopolio rispetto al monopolio). Un mercato oligopolistico, in altre parole, è un mercato in cui le decisioni d'impresa interagiscono con quelle delle altre nel determinare la configurazione di equilibrio.

Osservazione. Un mercato oligopolistico è caratterizzato da un'interazione strategica tra le imprese.

Nel decidere le proprie proposte al pubblico, un'impresa deve tener conto dei prezzi e delle facilitazioni nei pagamenti praticati dalle altre imprese, delle caratteristiche delle offerte delle imprese concorrenti, e così via.

Lo studio di un mercato oligopolistico richiede pertanto l'analisi del comportamento di agenti che agiscano in un contesto di interazione strategica, ossia di agenti che devono 'decidere le proprie mosse' in funzione delle mosse attuate dagli altri agenti. A questo fine, gli strumenti di analisi più appropriati sono quelli offerti dalla *teoria dei giochi*, dove questo termine deve essere inteso nel senso di teoria dei comportamenti strategici.

## 3.1. Teoria dei giochi ed equilibrio non cooperativo

La definizione di un gioco prevede che, innanzitutto, si individuino i partecipanti al gioco medesimo. Supponiamo di considerare un gioco cui partecipano due soli giocatori, il giocatore 1 e il giocatore 2. Ogni giocatore ha a disposizione un certo numero di mosse o strategie. Il guadagno, o la perdita, che ogni operatore trae da ciascuna mossa a propria disposizione dipende dalla mossa attuata dall'altro giocatore. In particolare, supponiamo che ogni giocatore possa scegliere tra due strategie, **a** o **b**. Gli esiti possibili del gioco sono che entrambi scelgano **a**, entrambi scelgano **b**, 1 scelga **a** e 2 scelga **b**, 1 scelga **b** e 2 scelga **a**. A ciascuno di questi quattro esiti complessivi è associato un guadagno (positivo o negativo) per ciascun giocatore; la Figura 3.1 fornisce un esempio.

| Giocatore 1 \ Giocatore 2 | **a** | **b** |
|---|---|---|
| **a** | (4,2) | (3,3) |
| **b** | (2,2) | (2,4) |

**Figura 3.1.** *La rappresentazione di un gioco*

Ogni riquadro della figura si riferisce a una coppia di strategie; per riga leggiamo la strategia del giocatore 1, per colonna quella del giocatore 2. All'interno del riquadro, tra parentesi, viene riportato il guadagno dei due giocatori; in particolare il primo numero è il guadagno del giocatore 1, il secondo quello del giocatore 2. Per esempio, se entrambi i giocatori giocano **a**, il giocatore 1 guadagna 4 euro, mentre il giocatore 2 guadagna 2 euro.

Una volta identificati i giocatori e definite le strategie e i relativi guadagni, si tratta di stabilire quale debba essere l'esito del gioco. Se ciascun giocatore si comporta razionalmente, il risultato di questo gioco ha i caratteri di un *equilibrio di Nash.*

Definizione. Un *equilibrio di Nash* è una situazione in cui ciascun giocatore opera la scelta migliore, data la scelta dell'altro.

Un equilibrio di Nash è, in altre parole, è un insieme di strategie, una per ogni giocatore, tale che ciascuna sia la migliore possibile data quella dell'altro.

Per individuare l'equilibrio di Nash nel gioco della figura precedente possiamo procedere per tentativi. Supponiamo che entrambi i giocatori scelgano la strategia **a**. La coppia di strategie (**a**,**a**) è un equilibrio di Nash? La risposta è no. Infatti, se il giocatore 1 sceglie **a**, il giocatore 2 ha un'alternativa migliore rispetto quella di giocare anch'egli **a**: se sceglie **b**, infatti, guadagna 3 euro invece di 2. Supponiamo ora che entrambi scelgano la strategia **b**. Nuovamente non siamo di fronte a un equilibrio di Nash. Infatti, se il giocatore 2 opta per **b**, per il giocatore 1 è più vantaggioso scegliere **a**. Seguendo una procedura di ragionamento analoga possiamo scartare l'ipotesi che l'equilibrio preveda la strategia **b** per il giocatore 1 e la strategia **a** per il giocatore 2. È facile verificare che l'equilibrio di Nash è costituito dalla coppia **a** per il giocatore 1 e **b** per il giocatore 2. Se il giocatore 1 sceglie **a**, **b** è effettivamente la scelta migliore per il giocatore 2; se il giocatore 2 sceglie **b**, **a** è effettivamente la scelta migliore per il giocatore 1.

Se il meccanismo attraverso il quale si giunge all'individuazione dell'equilibrio è chiaro, dovrebbe essere agevole verificare che nell'esempio della Figura 3.2 non esiste un equilibrio di Nash, e che nell'esempio della Figura 3.3 tale equilibrio non è unico.

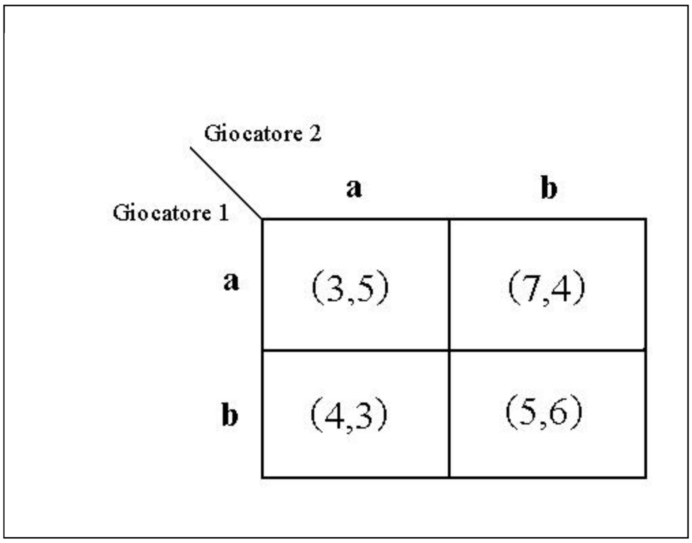


**Figura 3.2.** *Esempio di non esistenza di un equilibrio di Nash*

| Giocatore 1 \ Giocatore 2 | **a** | **b** |
|---|---|---|
| **a** | (3,5) | (1,4) |
| **b** | (2,3) | (3,5) |

**Figura 3.3.** *Esempio di molteplicità di equilibri di Nash*

Vi è un aspetto che è molto importante sottolineare riguardo alla natura dell'equilibrio di Nash. Supponiamo per semplicità che esso sia unico. Ogni giocatore giunge a individuare la strategia corrispondente a tale equilibrio in modo completamente indipendente dall'altro giocatore; possiamo in pratica pensare a due giocatori che debbano dichiarare una strategia, ciscuno chiuso in una stanza, e ciascuno a conoscenza della matrice dei guadagni (per l'uno e l'altro giocatore) associata alle combinazioni di strategie. Ebbene, se i due giocatori sono razionali, le due strategie da essi dichiarate coincidono con l'equilibrio di Nash. Proprio in virtù di questa (implicita) assenza di comunicazione tra i giocatori l'equilibrio di Nash è spesso definito *equilibrio non cooperativo.*

### 3.1.1. Alcune estensioni

Prima di ritornare sulle proprietà dell'equilibrio non cooperativo o di Nash, è opportuno arricchire i nostri strumenti di analisi. Finora abbiamo considerato casi in cui ($a$) vi sono due soli giocatori e ($b$) le strategie possono assumere due sole configurazioni (nell'esempio precedente le strategie **a** e **b**).

Estendere la nozione di equilibrio non cooperativo al caso di $n > 2$ giocatori è semplice: si tratta di individuare un insieme di $n$ strategie, una per ciscun giocatore, tale che la strategia di ciascuno sia la migliore, date quelle di tutti gli altri. La procedura può essere più complessa, ma la sostanza del problema non muta.

Maggiore attenzione richiede il problema delle strategie. Spesso i giocatori possono scegliere tra un insieme infinito di strategie: per esempio, se la strategia consiste nel fissare un dato prezzo, un'impresa può optare per uno degli infiniti prezzi compresi tra zero e il prezzo massimo per cui la domanda del mercato è positiva. Ogni possibile prezzo è una possibile strategia. Come possiamo allora individuare l'equilibrio non cooperativo nel caso in cui esiste un continuum di strategie? Certo non per tentativi, come nell'esempio precedente. Supponiamo, per semplicità, che esistano due soli giocatori, 1 e 2. La strategia di ciascuno consiste nello scegliere uno tra gli infiniti valori della variabile strategica rilevante. Il guadagno di ciascun giocatore è funzione delle strategie adottate da entrambi. In termini formali:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \pi_1 (s_1, s_2) \\ \pi_2 &= \pi_2 (s_1, s_2) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Ciascun giocatore controlla solo la propria strategia, non quella degli altri. Per il giocatore 1 la strategia del giocatore 2 è un dato, e viceversa. L'equilibrio non cooperativo è quella situazione in cui ciascun giocatore sceglie la strategia ottima, data quella dell'altro. Il massimo della funzione di guadagno dei due giocatori è allora rispettivamente individuato dalle due condizioni:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1}{ds_1} (s_1, s_2) &= 0 \\ \frac{d\pi_2}{ds_2} (s_1, s_2) &= 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Queste due condizioni definiscono un sistema di due equazioni in due incognite, $s_1$ e $s_2$. La soluzione di questo sistema è la coppia di strategie ottime, $s_1^*$ e $s_2^*$. Nel prossimo paragrafo vedremo una semplice applicazione di questo schema generale.

### 3.1.2. Le proprietà dell'equilibrio non cooperativo

Prima di impiegare estesamente la nozione di equilibrio non cooperativo nell'analisi dei mercati oligopolistici, dobbiamo chiederci se si tratti o meno di una 'buona' nozione di equilibrio. Qual è il fondamento logico di tale nozione, apparentemente così distante da quella cui ci ha abituato l'analisi di situazioni perfettamente concorrenziali?

Per dare una risposta a questo interrogativo, immaginiamo una situazione tipica, in cui due giocatori devono scegliere nel medesimo momento le proprie strategie, indipendentemente l'uno dall'altro, ben sapendo che le decisioni di ciascuno influenzeranno anche i guadagni dell'altro. Coscienti di questo fatto, i due giocatori, invece di 'scegliere al buio', potrebbero decidere di incontrarsi e di accordarsi su una coppia di strategie, ossia di coordinare le proprie azioni. I casi sono due: i giocatori si accordano su una coppia di strategie che costituisce un equilibrio non cooperativo, oppure concordano due strategie che non sono un equilibrio non cooperativo. Nel primo caso i due giocatori possono essere certi che il loro accordo sarà rispettato; infatti, ciascuno dei due sa che, se l'altro si attiene ai patti, la strategia concordata è quella per lui ottimale. Nel secondo caso, uno o entrambi i giocatori hanno convenienza a non rispettare i patti, a trasgredire all'accordo. Per definizione, infatti, per almeno uno dei due la strategia concordata non è la migliore data la strategia dell'altro.

L'equilibrio non cooperativo è pertanto l'unico equilibrio autosostenentesi; se i giocatori si accordano su un insieme di strategie che costituiscono un equilibrio non cooperativo si può essere certi che tutti si atterranno all'accordo. Al contrario, i patti che non coincidono con l'equilibrio non cooperativo sono soggetti ad essere infranti dai partecipanti. Ed è proprio questa proprietà della nozione di equilibrio non cooperativo a giustificarne l'adozione in contesti di interazione strategica.

Va sottolineato con forza che l'equilibrio non cooperativo è l'unica soluzione autosostenentesi anche nel caso in cui esistano coppie di strategie per cui entrambi i giocatori traggono un guadagno maggiore rispetto a quanto avviene in tale equilibrio. Considerate il caso seguente (Figura 3.4), noto nella letteratura come 'dilemma del prigioniero'.

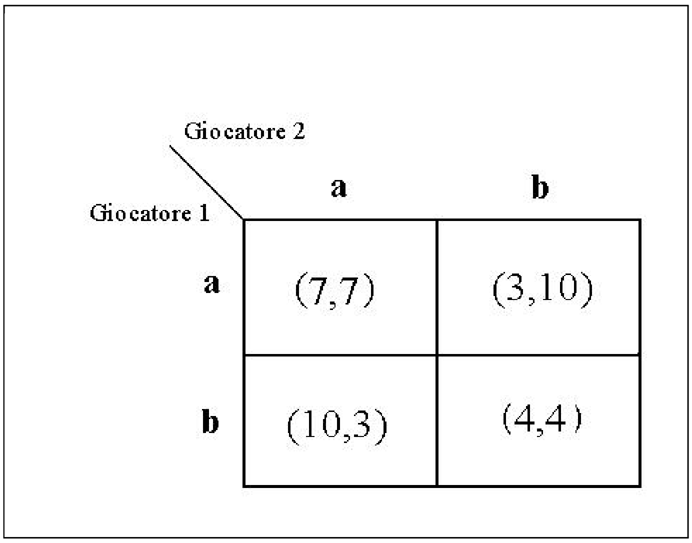


**Figura 3.4.** *Un esempio di 'dilemma del prigioniero'*

Esempio 1

Ogni giocatore (prigioniero) può scegliere se confessare o non confessare. Nei riquadri sono indicati gli anni di prigione cui vanno incontro nelle varie possibili situazioni. È facile verificare come l'equilibrio non cooperativo preveda che entrambi confessino. Entrambi peraltro 'starebbero meglio' se adottassero la strategia comune di non confessare. Supponiamo anche che attraverso canali segreti riescano a comunicare e si accordino in questo senso. Se il prigioniero 1 ritiene che l'altro rispetti l'accordo, giunto di fronte alle autorità, può tuttavia deciderere di confessare: infatti, se 2 tace, per 1 è ottimale confessate. Lo stesso vale per il prigioniero 2; e se entrambi confessano prevale, nonostante l'accordo, l'equilibrio non cooperativo.

Situazioni di questo genere, in cui accordi mutuamente vantaggiosi non vengono rispettati – situazioni cioè di *collusione instabile* tra i giocatori – sono estremamente frequenti in economia; infatti, nelle pagine che seguono, torneremo più volte su questo problema.

Gli strumenti che abbiamo acquisito in questo paragrafo sono ormai sufficienti ad analizzare due fondamentali modelli di oligopolio, il modello di Cournot e quello di Bertrand. Nel primo, due imprese si affrontano strategicamente sul mercato adottando come variabile strategica la quantità prodotta; nel secondo la variabile strategica è il prezzo.

## 3.2. Il modello di Cournot

Il modello di Cournot consente di analizzare situazioni in cui ciascuna impresa determina, in un contesto di interazione strategica con le altre, *la quantità* che intende immettere sul mercato; al mercato viene lasciato di stabilire il prezzo al quale la quantità complessivamente prodotta può essere assorbita.

Considereremo, per iniziare, un mercato composto da due sole imprese, A e B. In base a quanto appena detto, l'impresa A deve decidere quale quantità produrre, quantità che indichiamo con $q_A$; analogamente, l'impresa B deve fissare la quantità $q_B$. A seguito delle decisioni delle due imprese, sul mercato verrà complessivamente immessa una quantità:

$$Q = q_A + q_B \tag{3.3}$$

Dal lato della domanda, il mercato è caratterizzato da una scheda di domanda lineare, del tipo:

$$p = a - bQ \tag{3.4}$$

del tutto analoga a quelle già incontrate nel capitolo precedente.

I problemi che intendiamo risolvere con il modello di Cournot sono i seguenti. Quale quantità del bene viene prodotta rispettivamente dalle due imprese? Qual è il prezzo che si determina sul mercato? Qual è la relazione tra la configurazione di questo mercato e quella di un mercato concorrenziale o di un mercato monopolistico?

Dato che ipotizziamo per le imprese un comportamento di tipo strategico, assumiamo cioè che esse interagiscano strategicamente, la nozione di equilibrio che dobbiamo applicare è quella di equilibrio di Nash sviluppata nel paragrafo precedente, in particolare un equilibrio di Nash in cui la variabile strategica, la variabile oggetto di scelta da parte delle imprese-giocatrici, è la quantità prodotta.

### 3.2.1. Il modello

Ricordiamo che per definire un confronto strategico (gioco) tra due operatori, occorre individuare i giocatori, le strategie e la funzione di guadagno (profitto) di ciascun operatore, ques'ultima espressa in termini di strategie adottate da entrambi. Possiamo procedere in questo modo anche nell'analisi del problema di Cournot.

Come abbiamo già chiarito, i giocatori sono le imprese A e B e le strategie riguardano le quantità $q_A$ e $q_B$. Dobbiamo ora definire le funzioni di profitto delle imprese. Notiamo innanzitutto che sostituendo la (3.3) nella (3.4) si ottiene:

$$p = a - b\,(q_A + q_B)$$

Supponiamo per semplicità che i costi siano nulli per entrambe le imprese (successivamente abbandoneremo questa e altre ipotesi semplificatrici). I profitti coincidono allora con i ricavi per entrambe le imprese; in particolare:

$$\pi_A = [a - b\,(q_A + q_B)]\,q_A \tag{3.5}$$

$$\pi_B = [a - b\,(q_A + q_B)]\,q_B \tag{3.5'}$$

Come si può vedere, nella (3.5) i profitti di ciscuna impresa sono funzione delle strategie adottate da entrambe le imprese. Possiamo ora applicare il criterio generale di soluzione illustrato nel paragrafo precedente tramite il sistema (3.2). Per determinare la strategia ottimale, ciascuna impresa calcola il valore della propria variabile strategica in corrispondenza del quale il proprio profitto è massimo, data la strategia dell'altra impresa (ossia considerando la quantità offerta dall'impresa rivale come una costante nel problema di massimo):

$$\frac{d\pi_A}{dq_A} = a - 2bq_A - bq_B = 0 \tag{3.6}$$

$$\frac{d\pi_B}{dq_B} = a - 2bq_B - bq_A = 0 \tag{3.6'}$$

Il sistema costituito dalla (3.6) e dalla (3.6') può essere risolto per sostituzione. Dalla (3.6) ricaviamo:

$$q_A = \frac{a}{2b} - \frac{q_B}{2}$$

sostituendo nella (3.6'), si ottiene:

$$q_B^* = \frac{a}{3b} \tag{3.7}$$

Risostituendo questo valore nella (3.6),

$$q_A^* = \frac{a}{3b} \tag{3.7'}$$

Abbiamo così determinato le quantità ottimali prodotte da ciscuna impresa. Naturalmente la quantità ottimale di A è uguale alla quantità ottimale di B, dato che le due imprese sono da ogni punto di vista identiche (in particolare producono entrambe con costi nulli). La quantità complessivamente prodotta è pertanto:

$$Q = q_A^* + q_B^* = \frac{2a}{3b}$$

quantità che può essere assorbita dal mercato al prezzo.

$$p = a - bQ = a - \frac{2ab}{3b} = \frac{a}{3}$$

Per comprendere il significato di questo risultato è opportuno confrontarlo con quello che si sarebbe ottenuto in un mercato caratterizzato dalla medesima curva di domanda e in cui $(a)$ le imprese operassero in un contesto concorrenziale, oppure $(b)$ vi fosse un'unica impresa.

$(a)$ Se il mercato fosse di tipo concorrenziale, il prezzo sarebbe uguale al costo marginale. Nel nostro esempio il prezzo sarebbe nullo e la quantità complessivamente prodotta e venduta, in base alla (3.4), sarebbe $Q = \frac{a}{b}$. Nel nostro modello con due imprese si produce di meno ($\frac{2a}{3b} < \frac{a}{b}$) e a un prezzo maggiore ($\frac{a}{3} > 0$) rispetto a quanto avverrebbe in un corrispondente mercato concorrenziale.

$(b)$ Se il mercato fosse di tipo monopolistico, l'unica impresa eguaglierebbe il ricavo marginale al costo marginale:

$$RMa = a - 2bQ = 0$$

e pertanto $Q^* = \frac{a}{2b}$. Il prezzo corrispondente sarebbe $p = a - \frac{ab}{2b} = \frac{a}{2}$. In base al modello di Cournot, un mercato con due imprese è caratterizzato da un prezzo inferiore ($\frac{a}{3} < \frac{a}{2}$) e da una quantità prodotta maggiore ($\frac{2a}{3b} > \frac{a}{2b}$) rispetto al corrispondente mercato monopolistico.

Già questa semplice formulazione ci consente di trarre un primo importante risultato:

- **In un duopolio di Cournot, il prezzo è superiore al prezzo concorrenziale, ma inferiore al prezzo di monopolio; la quantità prodotta è inferiore a quella del corrispondente mercato concorrenziale, ma superiore a quella del corrispondente mercato monopolistico.**

### 3.2.2. Un'interpretazione alternativa

Per meglio comprendere il significato dell'equilibrio di Nash nel contesto che stiamo analizzando, cerchiamo ora di precisarne l'interpretazione. Riconsideriamo le equazioni (3.6) e (3.6'); come abbiamo visto, esse possono essere espresse nel modo seguente:

$$q_A = \frac{a}{2b} - \frac{q_B}{2} \tag{3.6 bis}$$

$$q_B = \frac{a}{2b} - \frac{q_A}{2} \tag{3.6' bis}$$

Ciascuna di queste due equazioni esprime la strategia ottimale di un'impresa, data la strategia dell'altra impresa. In altre parole la (3.6bis) e la (3.6'bis) definiscono la risposta ottimale di ognuma delle imprese alle azioni della rivale. Espressioni di questo tipo (la cui formulazione generale è data dalla (3.2)) vengono spesso definite *funzioni di reazione*.

La Figura 3.5 rappresenta la (3.6bis) e la (3.6'bis) nel piano $(q_A, q_B)$. La linea continua mostra la risposta ottimale di A, $q_A$, data la strategia adottata da B, $q_B$ (ovvero rappresenta graficamente la (3.6bis) ). Viceversa, la linea tratteggiata mostra la risposta ottimale di B, $q_B$, data la strategia adottata da A, $q_A$ (ovvero rappresenta graficamente la (3.6'bis)).

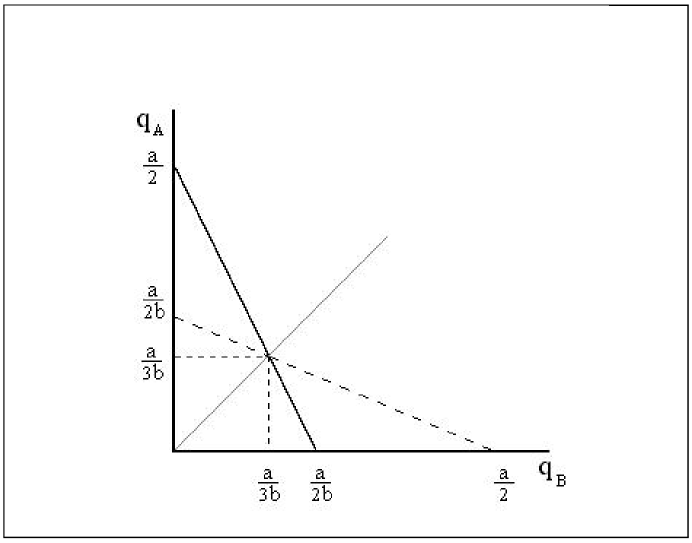


**Figura 3.5.** *Le funzioni di reazione nel modello di Cournot*

Azioni e reazioni delle due imprese sono reciprocamente coerenti in corrispondenza del punto di intersezione tra le due funzioni di reazione. In quel punto ciascuna impresa adotta la risposta ottimale alla scelta dell'altra, esattamente come previsto dalla definizione di equilibrio di Nash. Nel nostro esempio, l'intersezione tra le due funzioni di reazione avviene esattamente in corrispondenza di $q_A = \frac{a}{3b}$ e $q_B = \frac{a}{3b}$.

### 3.2.3. L'estensione del modello a un numero di $n$ imprese

La procedura di soluzione che abbiamo applicato al caso del duopolio può essere estesa al caso in cui sul mercato operino $n$ imprese. Per rendere il modello ancor più generale, in questo paragrafo abbandoneremo anche l'ipotesi che le imprese producano a costi nulli. Assumeremo invece che ciascuna delle $n$ imprese sia caratterizzata dalla medesima curva dei costi totali:

$$C(q) = \alpha + \beta q \tag{3.8}$$

Anche il costo marginale è pertanto identico per tutte le imprese, ed è al pari della costante $\beta$ in corrispondenza di ogni livello delle quantità.

Dato che le imprese presentano tutte la medesima curva dei costi, sono quindi dotate della medesima tecnologia, esse risultano tra loro identiche. È ragionevole pertanto pensare che in equilibrio esse debbano asssumere il medesimo comportamento: non vi è motivo di ritenere che la strategia ottimale di un'impresa possa differire da quella di ciscuna delle altre (esattamente come avveniva nel modello di duopolio semplificato nei paragrafi precedenti). L'equilibrio di Nash che ricerchiamo per questo mercato deve pertanto esibire una caratteristica di simmetria: la scelta ottimale deve essere la stessa per tutte le imprese.

Il confronto strategico tra le varie imprese può essere definito esattamente come nel caso precedente.

- I giocatori sono le $n$ imprese.
- Le strategie sono costituite dalle quantità che ciascuna impresa decide di produrre e immettere sul mercato, quantità che indicheremo con $q_i$, $i = 1, 2, ..., n$. Al mercato è lasciato di definire, sulla base di una curva di domanda del tipo $p = a - bQ$, il prezzo cui la quantità complessiva, $Q = q_1 + q_2 + ... + q_n$, può essere venduta.
- La funzione di profitto della generica $i$-esima impresa assume pertanto la forma seguente:

$$\begin{aligned} \pi_i &= [a - bQ]\, q_i - \alpha - \beta q_i = \qquad (3.9) \\ &= \left[a - b\sum_{i=1}^{n} q_i\right] q_i - \alpha - \beta q_i \end{aligned}$$

dove $\sum_{i=1}^{n} q_i = q_1 + q_2 + ...q_i + ... + q_n$.

Come in qualsiasi problema di interazione strategica, i profitti di un giocatore (l'impresa) sono funzione sia della strategia adottata da quel giocatore (impresa), sia delle strategie adottate dagli altri giocatori (imprese).

Per stabilire la strategia ottimale, una generica impresa $i$ determina il valore della propria variabile strategica, $q_i$, in corrispondenza del quale il profitto è massimo, date le strategie di tutte le altre imprese (ossia considerando tali strategie come costanti):

$$\frac{d\pi_i}{dq_i} = a - 2bq_i - b\sum_{j \neq i} q_j - \beta = 0 \qquad (3.10)$$

dove $\sum_{j \neq i} q_j = \sum_{i=1}^{n} q_i - q_i$.

Ricordiamo ora che stiamo cercando un equilibrio simmetrico, ossia un equilibrio che preveda una medesima quantità ottimale per tutte le imprese:

$$q_1 = q_2 = ... = q_i = ... = q_n = q^*$$

Il requisito di simmetria fa sì che la (3.10) possa essere riformulata come:

$$a - 2bq^* - b(n-1)q^* - \beta = 0$$

ossia:

$$a - b(n+1)q^* - \beta = 0$$

Ogni impresa sceglie quindi una quantità ottimale $q^*$, data da:

$$q^* = \frac{1}{(n+1)} \frac{(a-\beta)}{b} \tag{3.11}$$

Tale quantità viene assorbita dal mercato al prezzo:

$$p = a - \frac{bn}{(n+1)} \frac{(a-\beta)}{b}$$

prezzo che, con alcune rielaborazioni, può essere riscritto nel modo seguente:

$$p = \beta + \frac{1}{(n+1)}(a-\beta) \tag{3.12}$$

La (3.12) esprime un risultato molto importante. Il prezzo che si viene a stabilire in questo mercato oligopolistico è uguale al costo marginale $\beta$, più un termine che è tanto maggiore quanto minore è il numero delle imprese. In particolare, il secondo addendo del lato destro della (3.12) tende a zero al tendere di $n$ a infinito.

Questo risultato è noto come *teorema della convergenza*: esso interpreta l'oligopolio come una sorta di situazione intermedia tra il monopolio e la concorrenza perfetta. Il prezzo oligopolistico si pone tra il prezzo concorrenziale (pari al costo marginale) e il prezzo di monopolio, avvicinandosi tanto più al primo quanto maggiore è il numero delle imprese operanti sul mercato. Viene stabilita così una sorta di continuità tra le forme di mercato, continuità sintetizzata nella Figura 3.6.

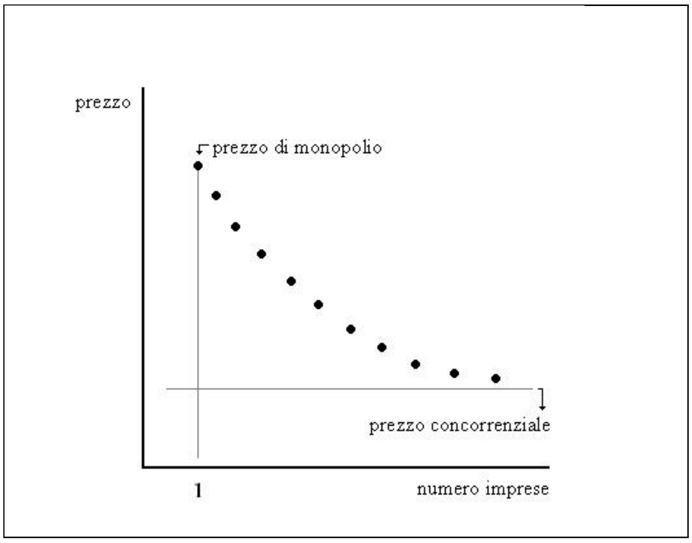


**Figura 3.6.** *Il teorema della convergenza*

Possiamo riassumere la nostra discussione nel modo seguente:

- **se le imprese adottano come variabile strategica la quantità prodotta, il prezzo che si determina in regime di oligopolio si colloca in posizione intermedia tra il prezzo di monopolio e il prezzo di concorrenza perfetta. In particolare il prezzo si avvicina tanto più al prezzo concorrenziale quanto maggiore è il numero delle imprese**.

### 3.2.4. La determinazione del numero delle imprese operanti sul mercato

Abbiamo visto come in un oligopolio alla Cournot il prezzo dipenda dal numero di imprese. Quest'ultima è una caratteristica del mercato che finora abbiamo considerato come un dato. In questo paragrafo intendiamo dimostrare come il numero di imprese dipenda strettamente dalle proprietà della tecnologia possibile.

Ipotizzeremo che nuove imprese possano liberamente entrare nel mercato fintanto che i profitti sono positivi, e che ne escano quando i profitti diventano negativi. Questo significa che nel lungo periodo il mercato è in equilibrio solo in presenza di profitti nulli: solo se i profitti sono nulli, ossia se il prezzo è uguale al costo medio, non si verificano nè entrate nè uscite dal mercato

Ricordiamo che nel nostro caso, con una funzione di costo del tipo $C(q) = \alpha + \beta q$, la funzione di profitto è definita come:

$$\pi = pq - \alpha - \beta q$$

$$\pi = (p - \beta)\, q - \alpha \tag{3.13}$$

Sostituendo nella (3.13) i valori di $q$ e di $p$ dalla (3.11) e (3.12), otteniamo:

$$\pi = \left[\beta + \frac{1}{n+1}(a-\beta) - \beta\right] \frac{1}{n+1} \frac{(a-\beta)}{b} - \alpha$$

Operando le dovute sostituzioni e uguagliando a zero, ricaviamo:

$$\frac{1}{n+1} \frac{(a-\beta)}{b} = \alpha$$

da cui:

$$n = \frac{1}{\sqrt{b\alpha}}(a-\beta) - 1 \tag{3.14}$$

La (3.14) mostra chiaramente come il numero delle imprese presenti nel lungo periodo sul mercato dipenda inversamente dall'entità del costo fisso $\alpha$; esso rappresenta infatti una sorta di barriera all'entrata di nuove imprese. Tanto minore è tale costo, tanto maggiore è il numero di imprese e tanto più il prezzo vigente sul mercato converge, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, al prezzo concorrenziale.

## 3.3. Il modello di Bertrand

Il risultato principale che abbiamo tratto dal modello di Cournot è che in regime di oligopolio non cooperativo le imprese fissano un prezzo superiore al costo marginale, con un divario rspetto a quest'ultimo che è tanto più ampio quanto minore è il numero delle imprese. Questa previsione dipende in maniera essenziale dall'ipotesi che le imprese adottino quale variabile strategica la quantità prodotta.

Il modello di Bertrand propone un'interpretazione alternativa del funzionamento di un mercato oligopolistico. Essa prevede da un lato che ciascuna impresa fissi il prezzo cui intende vendere il proprio prodotto, dall'altro che l'impresa che propone il prezzo minore si assicuri il controllo dell'intero mercato.

Come nel caso del modello di Cournot, l'equilibrio deve presentare i caratteri di un equilibrio non cooperativo – l'azione di ciascuna impresa deve essere la risposta ottimale all'azione dell'altra (delle altre) – ma ora siamo interessati a un equilibrio di Nash nei prezzi e non nelle quantità.

### 3.3.1. Il modello

Ipotizziamo per semplicità che sul mercato operino due imprese, A e B, caratterizzate dalla medesima curva dei costi, del tipo:

$$C(q) = \beta q$$

Indichiamo con $p_A$ il prezzo fissato dall'impresa A e con $p_B$ il prezzo fissato dall'impresa B.

Per determinare l'equilibrio di Nash possiamo in questo caso procedere per tentativi.

- La prima eventualità da analizzare è che entrambe le imprese fissino un prezzo $p^*$ maggiore del costo marginale:

  $$p_A = p_B = p^* > \beta$$

  È facile comprendere che una configurazione di questo genere non può essere un equilibrio di Nash. Infatti, se l'impresa A fissa un prezzo $p_A$ maggiore del costo marginale, per l'impresa B è conveniente fissare un prezzo immediatamente inferiore a $p_A$, ma sempre maggiore di $\beta$; in tal modo B spiazza completamente l'impresa rivale, si accaparra l'intero mercato e realizza un profitto positivo su ogni quantità venduta.

- Un ragionamento analogo a quello precedente porta peraltro a escludere situazioni del tipo:

  $$p_A > p_B > \beta$$

  oppure:

  $$p_B > p_A > \beta$$

  Per l'impresa con il prezzo maggiore una configurazione del genere non può essere un equilibrio di Nash: essa non potrebbe realizzare alcuna vendita e troverebbe conveniente ridurre il proprio prezzo al di sotto di quello dell'impresa rivale.

L'esclusione delle due soluzioni porta a concludere che situazioni in cui entrambe le imprese fissano un prezzo superiore al costo marginale non possono essere un equilibrio di Nash nei prezzi.

- Un'ipotesi alternativa è che un'impresa fissi il prezzo al costo marginale, mentre l'altra impone un prezzo superiore:

  $$p_A > p_B = \beta$$

  oppure:

  $$p_B > p_A = \beta$$

  Questa situazione è un pò più complessa delle precedenti. Consideriamo la posizione dell'impresa che fissa il proprio prezzo uguale al costo marginale. Essa non realizza ovviamente alcun profitto. Aumentando il proprio prezzo al di sopra del costo marginale, ma collocandolo immediatamente al di sotto del prezzo dell'altra impresa, essa può continuare a mantenere il totale controllo del mercato realizzando un profitto positivo. Anche questa eventualità non costituisce un equilibrio di Nash, nel senso che esiste per una delle due imprese una migliore reazione all'azione dell'altra.

- Possiamo escludere a priori che l'equilibrio di Nash preveda per una o entrambe le imprese un prezzo inferiore al costo marginale. Se l'impresa fissa un prezzo inferiore a $\beta$, essa realizza profitti negativi; una strategia di tal genere è comunque dominata da quella che prevede un prezzo uguale al costo marginale.

- Un lettore attento è in grado di comprendere che tutte le possibilità sono state escluse, tranne quella che prevede:

  $$p_B = p_A = p^* = \beta$$

  ossia un prezzo uguale al costo marginale per entrambe le imprese. È immediato verificare che questa situazione presenta i caratteri di un equilibrio di Nash. Se A impone $p_A = \beta$, la risposta migliore di $\beta$ è effettivamente $p_B = \beta$; un prezzo maggiore porrebbe B fuori mercato, un prezzo inferiore implicherebbe profitti negativi. Analoghe considerazioni valgono per la reazione dell'impresa A all'azione di B.

Osservazione. Se le imprese adottano quale variabile strategica i prezzi, l'equilibrio (non cooperativo) di un mercato oligopolistico è caratterizzato dalla uguaglianza tra prezzo e costo marginale.

Si tratta di un risultato davvero sorprendente e in chiara contraddizione con quello derivato dl modello di Cournot. Sembrerebbe qui che sia sufficiente la presenza di due sole imprese per condurre il mercato a un esito di tipo concorrenziale: un grado anche minimo di competizione porta il prezzo a coincidere con il costo marginale.

Nel modello di Cournot, al contrario, abbiamo visto come il divario tra il prezzo e il costo marginale sia una funzione descescente del numero delle imprese e rimanga comunque positivo per valori finiti di tale numero.

Se accettassimo le prescrizioni di questi due modelli, allora, ci attenderemmo da un lato che due imprese che fissano il proprio prezzo su un medesimo mercato, per esempio due compagnie che operano sulla stessa tratta, debbano essere rapidamente condotte dalla concorrenza reciproca a fissare un prezzo pari al costo marginale; dall'altro che due imprese capaci di fissare la quantità, per esempio due discoteche che debbano decidere quanti biglietti d'ingresso vendere per serata, mantengano sistematicamente un prezzo superiore al costo marginale.

## 3.4. L'estensione dei modelli di oligopolio a un contesto dinamico

La previsione del modello di Bertrand è in così netto contrasto con quella del modello di Cournot e soprattutto con l'osservazione empirica della realtà dei mercati oligopolistici, da indurre alcune ulteriori riflessioni.

Una prima importante considerazione è che sia il modello di Cournot che quello di Bertrand descrivono un 'gioco' tra imprese che si svolge in un'unica mossa, una volta per tutte, senza alcuna connotazione temporale. Nella realtà il confronto tra imprese si svolge nel tempo, con una successione di mosse diverse che possono prevedere, tra l'altro accordi, minacce, ritorsioni. Le strategie possono essere complesse e riguardare più di una dimensione (non solo il prezzo o solo la quantità, ma anche le spese per nuovi investimenti, l'attività di innovazione, la pubblicità, ecc.).

A questo proposito, il primo interrogativo che viene spontaneo, per esempio con riferimento al modello di Bertrand, è il seguente. Perchè due imprese che nell'equilibrio di Nash realizzano profitti nulli non si accordano per fissare un prezzo, identico per entrambe e superiore al costo marginale, in modo da assicurarsi profitti positivi? Un simile accordo consentirebbe ad entrambe di 'stare meglio' rispetto a quanto avviene nell'equilibrio non cooperativo. Per rispondere dobbiamo ricordare quanto detto introducendo il dilemma del prigioniero: tale accordo sarebbe instabile, nel senso che entrambe le imprese avrebbero convenienza a non rispettarlo. Ciascuna cercherebbe di porre fuori mercato la rivale, diminuendo il proprio prezzo.

Se il confronto tra le imprese non si esaurisce in un'unica mossa, tuttavia, può essere possibile rendere stabile l'accordo. Possiamo pensare, per esempio, che l'accordo preveda, oltre a un prezzo superiore al costo marginale per entrambe le imprese, una 'punizione' per l'impresa che eventualmente si sottragga all'accordo, punizione da subire in un periodo successivo. L'idea che un gioco possa ripetersi più volte e che siano possibili accordi, minacce e ritorsioni ci conduce ad estendere esplicitamente l'analisi dei giochi tra oligopolisti a un contesto dinamico. Prima di fare questo però è opportuno introdurre alcune nozioni preliminri.

### 3.4.1. La credibilità

Quali sono i caratteri che la minaccia di una punizione deve esibire per essere efficace? Non solo nel nostro esempio, ma in generale, una minaccia deve essere innazitutto *credibile*. Una minaccia è credibile se è certo agli occhi di tutti i giocatori che essa verrà effettivamente messa in atto. Generalmente credibili sono, in questo senso, le minacce di sanzioni nell'ambito di accordi riconosciuti dalla legge. Se venditore e compratore si accordano per una certa data di pagamento in un contratto di compravendita e per una riduzione del prezzo nel caso di un ritardo di consegna, l'applicazione della sanzione (la riduzione del prezzo) può essere imposta da un intervento dell'autorità giudiziaria a tutela del compratore. Va sottolineato, peraltro, che nell'ambito del tipo di gioco cui siamo interessati, quello tra oligopolisti, è estremamente improbabile che forme di collusione del tipo 'manteniamo entrambi un prezzo elvato' siano tutelate dalla legge. Anzi, molti paesi hanno elaborato norme specificamente tese a prevenire e a punire accordi di questo genere. La credibilità della minaccia deve risolversi allora esclusivamente nell'ambito dei rapporti tra coloro che stipulano l'accordo.

In questo senso, una condizione essenziale è che il giocatore cui spetterebbe comminare la sanzione abbia un effettivo incentivo a farlo, nel caso di trasgressione dell'altro giocatore. È perfettamente inutile, per esempio, prevedere una sanzione che non è conveniente imporre da parte di chi la minaccia, una volta che la trasgressione all'accordo sia avvenuta (se un bambino è cosciente che la mamma è preoccupata perchè mangia poco, è inutile minacciare, per fargli interrompere un capriccio, di lasciarlo senza cena!). Una strategia che preveda la minaccia di un'azione, minaccia che non risulta conveniente applicare nel caso in cui se ne creino i presupposti, viene talore definita temporalmente incoerente. In questo contesto diviene fondamentale la reputazione dei giocatori. Un giocatore che effettui una minaccia senza metterla effettivamente in pratica, perde in tal senso la propria reputazione e difficilmente può risultare credibile in fasi successive del gioco. Spesso è necessario applicare sanzioni costose anche per chi le commina, pur di mantenere una reputazione di credibilità (numerosi episodi della vita politica, della lotta tra le forze dell'ordine e la criminalità organizzata e delle stesse guerre sono facilmente interpretabili in termini di reputazione, magari di reputazione di cinismo o crudeltà).

In secondo luogo la minaccia deve 'dissuadere' effettivamente chi la subisce. Perchè ciò avvenga è necessario che la sanzione preveda un costo maggiore del guadagno che deriva dalla trasgressione (se un bambino ama molto la cioccolata, può affrontare un rimbrotto dalla mamma pur di mangiarne una tavoletta non consentita; se la minaccia prevede la proibizione della cioccolata per un mese, è più probabile che il bambino non superi i limiti consentiti).

Una volta chiarite queste nozioni, siamo in grado di applicarle, come preannunciato, a un confronto tra oligopolisti del tipo *à la Bertrand*.

### 3.4.2. Un gioco di Bertrand ripetuto

Supponiamo che due imprese, per esempio le due compagnie aeree ricordate in precedenza, si accordino per fissare un prezzo $p^*$ superiore al costo marginale e supponiamo che il gioco tra queste due imprese duri per due periodi. Sappiamo che in un contesto uniperiodale l'accordo sarebbe instabile e che l'unico equilibrio di Nash sarebbe quello che prevede per entrambe le compagnie un prezzo uguale al costo marginale. Come risulta modificato questo risultato dalla possibilità che il gioco si ripeta nel tempo?

Notiamo innanzitutto che la tipica minaccia che potrebbe accompagnarsi a un accordo di questo tipo dovrebbe assumere la forma seguente: fissiamo entrambi un prezzo $p^* > \beta$; se una compagnia viola l'accordo, l'altra si atterrà, nel periodo successivo, alla strategia prevista dall'equilibrio di Nash. Questa è l'unica minaccia possibile, perchè è l'unica credibile. Infatti, se nel secondo periodo non esiste più l'accordo, l'unico esito possibile del gioco è quello previsto dall'equilibrio non cooperativo. Se la compagnia B ha trasgredito all'accordo e abbassato il prezzo al di sotto di $p^*$, nel periodo 2 la compagnia A vorrà abbassare anch'essa il prezzo. Certamente B immaginerà questo comportamento e prevederà un prezzo ancora inferiore, A farà lo stesso, ecc. L'unico equilibrio può essere quello che prevede $p = \beta$ per entrambe. Applicare la minaccia è comunque la cosa migliore da fare per la compagnia che ha visto violato l'accordo da parte dell'altra.

È peraltro sufficiente questa minaccia a far rispettare ad entrambe l'accordo?

La risposta è no. Se il confronto tra le imprese termina nel secondo periodo, infatti, in quel periodo non è più possibile effettuare nuove minacce per il futuro. Se nel periodo 2 una compagnia trasgredisce, non può più subire alcuna punizione; non vi è quindi motivo, nel periodo 2, di rispettare un eventuale accordo. Entrambe le compagnie sono coscienti di questo fatto e quindi entrambe agiscono nel periodo 2 in modo non cooperativo. In altre parole, nel periodo 2 l'equilibrio che è destinato a prevalere è comunque un equilibrio non cooperativo. Questa considerazione 'depotenzia' totalmente la minaccia formulata nel periodo iniziale. Se comunque nel periodo 2 prevale l'equilibrio di Nash, proporre nel periodo 1 la soluzione di Nash come minaccia per il periodo 2 non impone alcuna sanzione effettiva all'eventuale trasgressore (il ragionamento ricorda quello di un individuo sul cui capo pende già una condanna all'ergastolo: minacciare una nuova condanna a vita può non modificarne in nulla il comportamento). Ma in assenza di una minaccia efficace, l'accordo è destinato a crollare fin dal primo periodo: l'esito del gioco è una ripetizione, nei due periodi, dell'equilibrio di Nash $p = \beta$.

Questo ragionamento può essere esteso a tutti i casi in cui il gioco si ripeta un numero finito di volte. Nell'ultimo periodo non esiste alcuna punizione per la trasgressione all'accordo e prevale l'equilibrio non cooperativo. Questo depotenzia la minaccia nel penultimo periodo: anche in esso si osserva un equilibrio non cooperativo e lo stesso esito, con la medesima logica, si estende, risalendo, fino al primo periodo. Solo se il gioco può essere ripetuto per un numero infinito di volte l'accordo di mantenere un prezzo superiore al costo marginale diviene teoricamente possibile, sotto opportune condizioni.

Abbiamo visto come sia difficile riconciliare gli esiti della competizione sulle quantità e di quella sul prezzo sulla base della ripetizione del gioco. Esiste tuttavia una seconda importante considerazione che può aiutarci a rendere meno distante la configurazione di equilibrio del mercato in questi due ambienti di interazione tra le imprese: la possibilità che il prodotto offerto dalle imprese non sia perfettamente omogeneo, ma differenziato.

# 4. La differenziazione del prodotto

## 4.1. Premessa

Il modo più semplice per discutere il problema della differenziazione del prodotto fa ricorso, lungo le linee sviluppate da Hotelling, a un'ingegnosa analogia tra caratteristiche del prodotto e collocazione spaziale dell'impresa.

## 4.2. Un mercato con prodotto differenziato: l'analogia con il problema della localizzazione

Supponiamo di voler descrivere un mercato il cui prodotto può assumere, rispetto a una particolare caratteristica, una molteplicità di configurazioni. Per esempio, nel caso di un capo di abbigliamento, tale caratteristica potrebbe essere il colore, la consistenza del tessuto, la protezione termica, ecc. Da questo punto di vista ipotizziamo inoltre che ogni impresa realizzi un prodotto diverso da quello di tutte le altre: per esempio, ogni impresa produce maglie di colore diverso rispetto a ciascuna delle altre. Il prodotto di ogni impresa si presenta quindi come prodotto originale differenziato; ma la caratteristica rispetto alla quale le varie produzioni si differenziano non è tanto importante da indurci a pensare a tanti mercati separati. Per tornare al nostro esempio, esiste un mercato delle maglie il cui prodotto può assumere diversi colori, non esiste un mercato delle maglie rosse, delle maglie nere e così via.

Se da un lato ciascuna impresa produce un bene differenziato, dall'altro ciascun consumatore manifesta una specifica preferenza rispetto alla caratteristica per cui i vari beni si differenziano (possiamo immaginare, in altri termini, che per ogni consumatore esista un 'colore ideale', o una consistenza ideale per la propria maglia). Naturalmente questo non significa che i consumatori acquistino esclusivamente il prodotto idelae, tra l'altro non è a priori certo che tale prodotto sia offerto sul mercato. Significa però che il consumatore non è indifferente alle varie possibili configurazioni del prodotto e che egli trae una soddisfazione tanto maggiore quanto più il prodotto acquistato si avvicina a quello ideale.

Ebbene, un mercato che esibisca simili proprietà è stato descritto nel modo seguente. Le possibili configurazioni della caratteristica rilevante possono essere considerate come punti lungo un segmento $HK$ (Figura 4.1). In tale rappresentazione il punto $H$ può corrispondere, per esempio, alla gradazione più scura, i punti ompresi tra i due estremi a colorazioni intermedie, tanto più chiare quanto più ci si avvicina ad $H$, tanto più scure quanto più ci si avvicina a $K$. Il passaggio dal colore chiaro al colore scuro è quindi ben colto da un movimento da $H$ a $K$, come indicato dalla freccia.

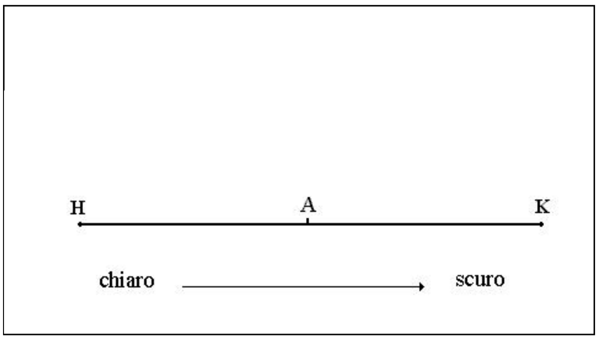


**Figura 4.1.** *Il segmento delle caratteristiche*

Ciascuna impresa, determinando la particolare configurazione del proprio prodotto, sceglie di collocarsi in un particolare punto lungo il segmento. Un'impresa che si posizioni nel punto $A$, per esempio, opta per la gradazione di colore esattamente intermedia nello spettro di quelle possibili. La scelta del prodotto da parte dell'impresa si riflette quindi nella sua collocazione lungo il segmento $HK$;

questo rende chiaro, fin da ora, perchè si parli generalmente di un'analogia tra formalizzazioni di questo tipo e i cosiddetti modelli di localizzazione spaziale. La definizione delle peculiarità del proprio prodotto è concettualmente analoga alla determinazione del sito (punto lungo un segmento) in cui far sorgere un'impresa. Le preferenze dei consumatori possono essere rappresentate in maniera del tutto analoga. Ogni singolo consumatore è caratterizzato, nel nostro esempio, da una gradazione di colore ideale e questo lo colloca in un preciso punto del segmento $HK$. Il consumatore $c_1$ della Figura 4.2 ha una spiccata preferenza per una colorazione scura (si colloca in un punto molto vicino a $K$), mentre il consumatore $c_2$ per una colorazione più chiara. Anche nel caso dei consumatori, quindi, possiamo sintetizzare l'atteggiamento riguardo alla caratteristica rilevante del prodotto in termini di collocazione lungo il segmento.

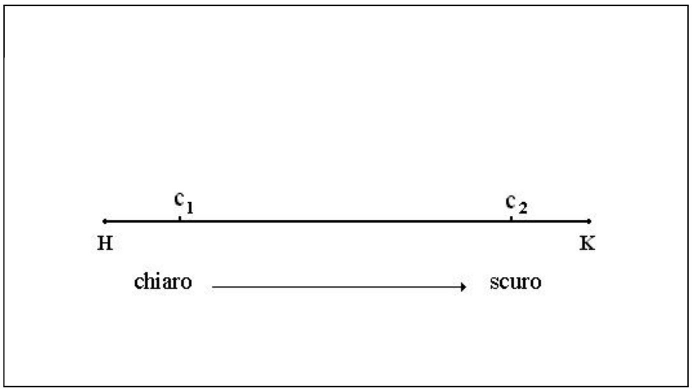


**Figura 4.2.** *La rappresentazione del prodotto preferito lungo il segmento delle caratteristiche*

Prima di studiare l'equilibrio di un mercato di questo tipo, è opportuno analizzare una questione preliminare. Se esiste un numero finito di imprese, e quindi un numero finito di configurazioni del prodotto, è estremamente improbabile che un consumatore possa acquistare un prodotto che coincida esattamente con quello per lui ideale. Pertanto, per compiere il proprio acquisto un consumatore, da un dato deve pagare il prezzo fissato dall'impresa presso la quale decide di comprare il bene, dall'altro deve sopportare un costo implicito dato dall'insoddisfazione di non poter acquistare il proprio prodotto ideale. Tale costo è tanto maggiore quanto 'più lontana', lungo il segmento, è l'impresa rispetto al consumatore (tale costo di insoddisfazione è ovviamente nullo se la collocazione dell'impresa e del consumatore coincidono, ossia se il consumatore acquista il prodotto preferito).

Nella Figura 4.3 è illustrato il criterio generale attraverso il quale possiamo individuare il costo totale sopportato da un consumatore $c_1$, che acquisti un'unità del prodotto dall'impresa $I$. Misuriamo i costi sopportati dal consumatore lungo l'asse verticale. Supponiamo che $I$ fissi un prezzo pari $p_i$. Possiamo rappresentare tale prezzo con un segmento, di lunghezza $p_i$, tracciato perpendicolarmente al segmento $HK$ in corrispondenza di $I$. A questo costo occorre però aggiungere quello sopportato da $c_1$ per muoversi dal proprio prodotto ideale verso quello realizzato da $I$. A questo costo occore però aggiungere quello sopportato da $c_1$ per muoversi dal proprio prodotto ideale verso quello realizzato da $I$. Per $c_1$ il prodotto ideale è quello rappresentato nel punto $C$; il 'costo dell'insoddisfazione' si configura pertanto, sempre in analogia con un modello di localizzazione, come un *costo di trasporto* da $C$ a $I$.

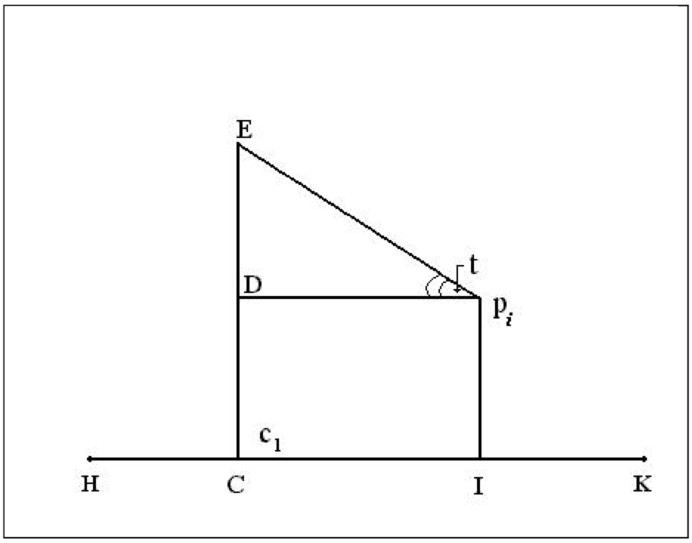


**Figura 4.3.** *Prezzo e 'costo di trasporto'*

Indichiamo con $t$ il costo unitario di trasporto, cioè il costo per unità di spazio percorsa dal consumatore. Il costo complessivo di trasporto è quindi $td$, dove $d$ è la distanza tra $C$ e $I$, cioè la distanza tra l'impresa e il consumatore. Se vogliamo calcolare il costo complessivo del consumatore lungo l'asse verticale, è conveniente rappresentare geometricamente $t$ con il coefficiente angolare, rispetto al piano orizzontale, di una semiretta la cui origine sia l'estremo del segmento di lunghezza $p_i$. Infatti, se consideriamo la perpendicolare a $HK$ passante per $C$, è facile verificare come il segmento $DE$ lungo tale semiretta rappresenti il costo di trasporto e $CE$ il costo complessivo sopportato dal consumatore. A questo proposito è sufficiente ricordare che $CD = CI$ è la 'distanza' percorsa dal consumatore, e che $DE$ è uguale a $tCI\,(x)$. Il costo complessivo, prezzo più costo di trasporto, è allora $CD + DE = CE$.

Una volta compreso il modo in cui si calcola il costo totale sopportato dal consumatore, è facile procedere al problema logicamente successivo, quello di individuare la posizione di un consumatore indifferente tra le due imprese. Consideriamo, sul segmento $HK$, due imprese, $I_1$ e $I_2$ (Figura 4.4). Per rendere il problema del tutto generale, supponiamo che i prezzi di queste due imprese non siano identici, con $I_1$ che fissa il prezzo $p_1$ e $I_2$ che fissa il prezzo $p_{2>}p_1$.

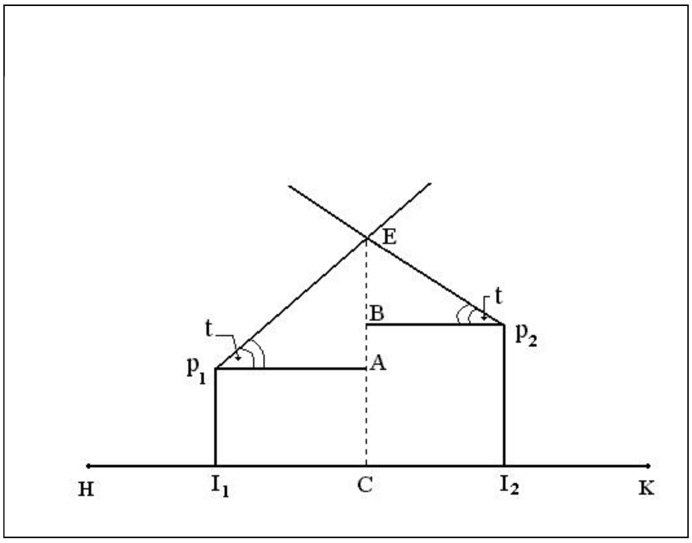


**Figura 4.4.** *Il consumatore indifferente*

Un consumatore è indifferente tra due imprese se sopporta, per acquistare il bene presso di esse, il medesimo costo complessivo (prezzo + costo di trasporto). Per individuare la posizione del consumatore indifferente è allora sufficiente tracciare dagli estremi $p_2$ e $p_1$ due semirette, entrambe con coefficiente angolare $t$ rispetto al piano orizzontale , la prima orientata verso destra, la seconda orientata verso sinistra. Tracciando la perpendicolare ad $HK$ passante per il punto $E$ di intersezione tra queste semirette, possiamo individuare il punto $C$. È facile verificare come $C$ sia proprio la collocazione di un consumatore indifferente tra $I_1$ e $I_2$. Acquistare da una o dall'altra impresa comporta infatti, per un consumatore posizionato in $C$, esattamente il medesimo costo $CE$. Notate come il consumatore indifferente non sia necessariamente equidistante tra $I_1$ e $I_2$. Nel nostro caso egli è più prossimo a $I_2$ che a $I_1$. Il motivo è semplice: dato che $I_2$ carica un prezzo più elevato, il consumatore indifferente tra le due imprese deve poter contare, per acquistare da $I_2$, su un costo di trasporto inferiore. La maggiore vicinanza a $I_2$ compensa il maggior prezzo. Nel nostro esempio, il medesimo costo complessivo $CE$ è pari a $p_1 - AE$ con riferimento a $I_1$, a $p_2 + BE$ con riferimento a $I_2$. È ovvio che se le due imprese fissassero il medesimo prezzo, il consumatore marginale sarebbe equidistante tra di esse.

La definizione del consumatore indifferente tra le due imprese ci porta a riflettere sui caratteri assunti, in questo modello, dalle scelte del consumatore. Le direzioni rispetto alle quali tale scelta si articola sono due: non più semplicemente il prezzo, come nei modelli con prodotto omogeneo, ma anche la caratteristica qualitativa del prodotto. Date due imprese, e la relativa configurazione del prodotto, ciascun consumatore ha una preferenza a priori per l'una o per l'altra, preferenza sintetizzata dalla sua maggiore o minore vicinanza rispetto ad esse. Il consumatore d'altra parte non è disposto ad attribuire una sorta di vantaggio illimitato all'impresa del prodotto preferito: la sua scelta riflette piuttosto una valutazione congiunta el prezzo e delle caratteristiche qualitative.

Nell'esempio precedente, anche se a parità di prezzo, un consumatore in $C$ preferirebbe $I_2$ e $I_1$, il differenziale di prezzo tra le due imprese lo rende indifferente tra acquistare dall'una o dall'altra.

L'individuazione del consumatore indifferente ci consente di determinare le *quote di mercato* delle due imprese. Sempre con riferimento a $I_1$ e $I_2$, se il consumatore indifferente si colloca nel punto $C$, tutti i consumatori situati in punti appartenenti al segmento $CK$ acquistano da $I_2$, tutti quelli situati in punti appartenenti a $CH$ acquistano da $I_1$. Infatti per i consumatori alla destra di $C$ acquistare dall'impresa $I_2$ costa complessivamente di meno che acquistare da $I_1$(viceversa per i consumatori alla sinistra di $C$).

È appena il caso di sottolineare che il medesimo ragionamento può essere svolto in presenza di più di due imprese. A titolo di esempio, la Figura 4.5 rappresenta un mercato con quattro imprese: l'individuazione della posizione del consumatore indifferente tra imprese contigue determina la quota di mercato di ciscuna impresa.

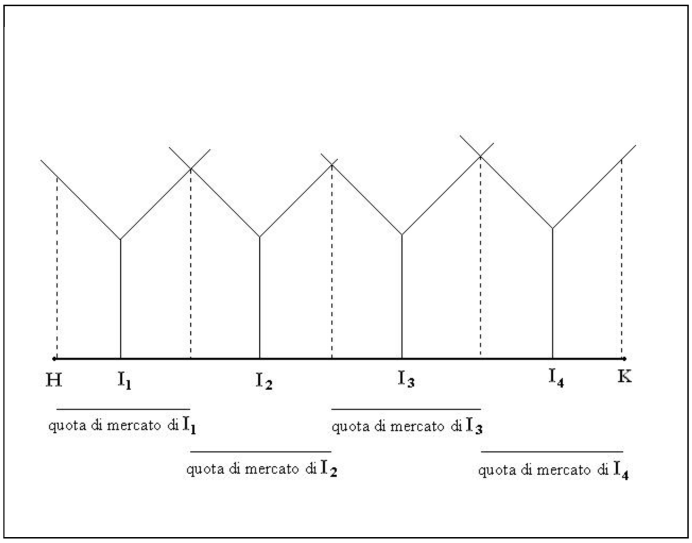


**Figura 4.5.** *Le quote di mercato*

È interessante notare come la dimensione del costo di trasporto $t$ sia rilevante nella definizione delle quote di mercato. Torniamo al caso delle due imprese $I_1$ e $I_2$ della Figura 4.4. Raffiguriamo nuovamente quella situazione nella Figura 4.6.

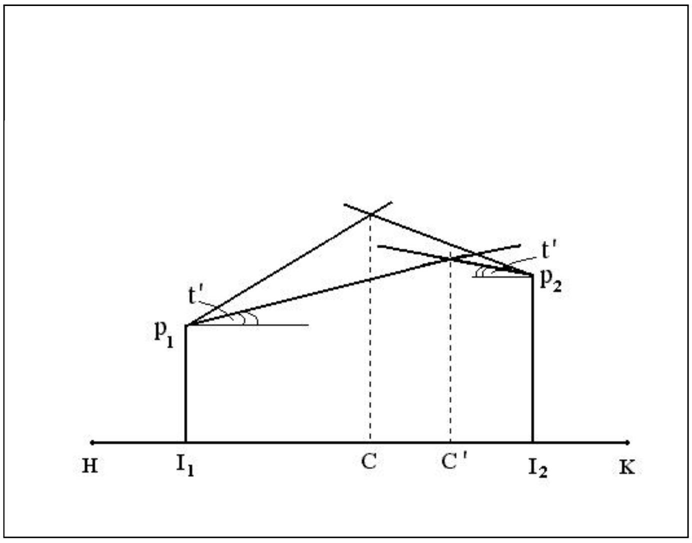


**Figura 4.6.** *Costi di trasporto e quote di mercato*

Supponiamo che il costo di trasporto diminuisce da $t$ a $t' < t$. La pendenza delle semirette tracciate dagli estremi dei segmenti $p_1$e $p_2$ diminuisce e la posizione del consumatore indifferente si sposta verso l'impresa $I_2$, quella che fissa un prezzo superiore. Solo se $p_1 = p_2$, una variazione del costo di trasporto non influisce sulla posizione del consumatore indifferente. Questo risultato ha una spiegazione intuitiva. Nella nostra rappresentazione la nozione di costo di trasporto sintetizza completamente l'intensità delle preferenze dei consumatori per il prodotto ideale: un costo di trasporto elevato è indice del fatto che il consumatore desidera fortemente acquistare un prodotto vicino al proprio ideale. La componente qualitativa nella scelta del consumatoreassume in tal caso un peso rilevante, a scapito di quella relativa al prezzo. Una diminuzione del costo di trasporto comporta, al contrario, un'intensificazione della competizione sul prezzo tra le imprese, competizione che avvantaggia, come nel nostro esempio, l'impresa che fissa un prezzo inferiore. La quota di mercato di $I_2$, pertanto, tende a ridursi. Per costi di trasporto molto bassi può accadere (Figura 4.7) che tutti i consumatori trovino conveniente acquistare da $I_1$: se l'intensità delle preferenze è modesta, al limite se il consumatore è indifferente rispetto alle varie configurazioni del prodotto ($t = 0$), la scelta viene effettuata esclusivamente in base al prezzo e l'impresa con prezzo più elevato viene 'messa fuori mercato'. Siamo ricondotti, in altri termini, alla situazione tipica dei mercati con prodotto omogeneo, in cui deve prevalere la legge del prezzo unico.

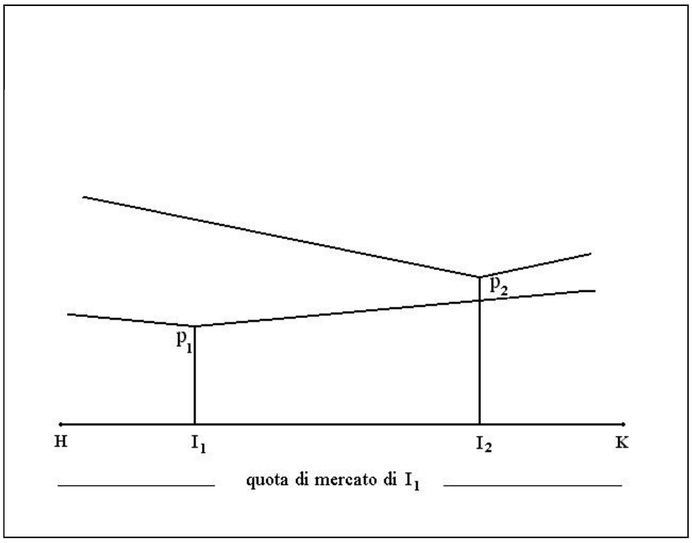


**Figura 4.7.** *Prevalenza della competizione di prezzo con costi di trasporto bassi*

## 4.3. Il modello di competizione sul cerchio

La rappresentazione delle diverse possibili configurazioni del prodotto lungo un segmento ci ha consentito di chiarire l'analogia tra i problemi di differenziazione orizzontale del prodotto e quelli di localizzazione spaziale. Essa comporta tuttavia due difficoltà: la prima riguarda la definizione del criterio con cui le imprese determinano la propria posizione lungo il segmento, ossia stabiliscono le caratteristiche qualitative del proprio prodotto. Finora abbiamo considerato tale posizione come data, ma un'analisi più approfondita deve consentirci anche di determinare endogeneamente la soluzione di questo problema. La seconda è legata alla presenza di situazioni 'estreme', nel nostro esempio i punti $H$ e $K$. Logicamente l'esistenza di estremi richiama la necessità che la caratteristica oggetto di differenziazione sia in qualche misura ordinabile: non a caso abbiamo fatto riferimento a gradazioni di colore, consistenza di tessuti, ecc. Spesso, tuttavia, la differenziazione orizzontale del prodotto non comporta 'ordinabilità' di questo tipo.

Per ovviare a entrambe queste difficoltà possiamo servirci di una versione modificata del modello precedente, in cui in luogo di un segmento limitato, consideriamo un cerchio, una figura geometrica illimitata. Possiamo immaginare, in altri termini, che consumatori e imprese si collochino in vari punti lungo una circonferenza. La distanza tra impresa e impresa e tra consumatori e imprese vengono allora misurate lungo archi di tale circonferenza (Figura 4.8($a$)).

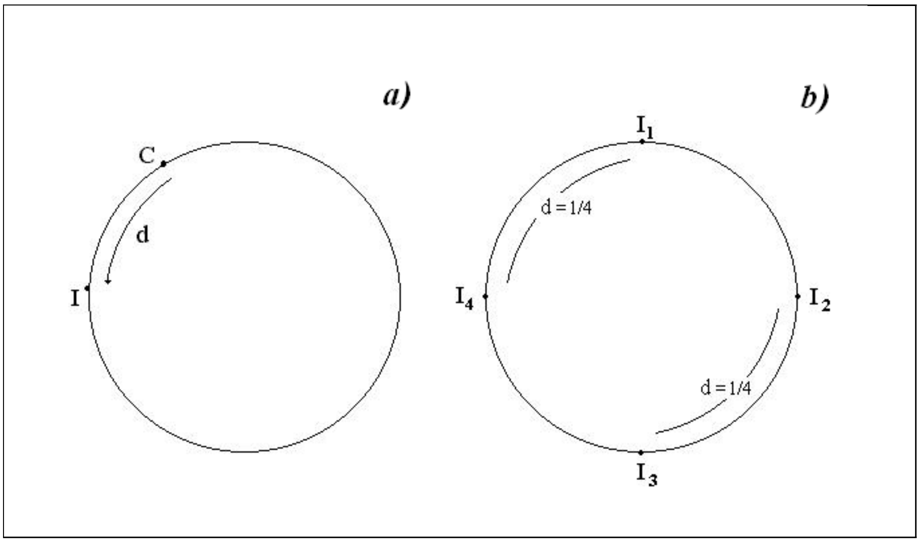


**Figura 4.8.** *La competizione sul cerchio*

Un aspetto importante di tale riformulazione del modello è che risultano ora rilevanti solo le posizioni relative, le distanze, tra i soggetti operanti sul cerchio, e non, ovviamente, le posizioni assolute (è sempre possibile ruotare il cerchio senza modificare la configurazione del mercato).

L'esercizio cui siamo ora interessati è quello di determinare il prezzo di equilibrio in questo modello con competizione sul cerchio. Per risolvere questo problema procediamo innanzitutto con le seguenti ipotesi:

- esistono sul mercato $N$ imprese, collocate simmetricamente sul cerchio (ossia equidistanti tra loro);
- ogni consumatore acqusita una sola unità del bene;
- i consumatori sono equidistribuiti lungo la circonferenza; in particolare, ad ogni punto della circonferenza corrisponde un consumatore;
- il costo unitario di trasporto è pari a $t$.

Per semplicità, normalizziamo a 1 la lunghezza della circonferenza e con essa il numero dei consumatori e la quantità complessivamente venduta. Un esempio di collocazione sul cerchio è quello della Figura 4.8($b$).

Notate come, date le ipotesi precedenti, la distanza tra due imprese contigue sia esattamente pari a $\frac{1}{N}$.

Per determinare il prezzo di equilibrio su questo mercato dobbiamo innanzi tutto formulare la funzione di profitto di una generica impresa. Coerentemente con quanto visto in precedenza, tale funzione di profitto dovrà annoverare tra i propri argomenti il prezzo dell'impresa stessa e il prezzo delle altre imprese. Imposteremo quindi il sistema in termini di determinazione di un equilibrio di Nash simmetrico: massimizzando la funzione di profitto, cercheremo il prezzo ottimo dell'impresa, dato il prezzo delle altre imprese; successivamente imporremo che il prezzo sia il medesimo per tutte.

Il primo passo consiste nella determinazione della funzione di profitto. Se assumiamo che la produzione non comporti alcun costo, i profitti coincidono con i ricavi (prezzo per quantità venduta). Il problema si riduce quindi a quello di determinare la quantità venduta da una generica impresa operante sul cerchio.

Indichiamo con $A$ questa impresa generica. Supponiamo che le imprese contigue ad $A$, le imprese $B$ (a sinistra) e $C$ (a destra), impongano entrambe un prezzo pari a $\overline{p}$. Se l'impresa $A$ fissa un prezzo $p$ si genera una situazione quale quella descritta dalla Figura 4.9 (in cui ciò che avviene lungo un arco è per semplicità rappresentato lungo una porzione di retta).

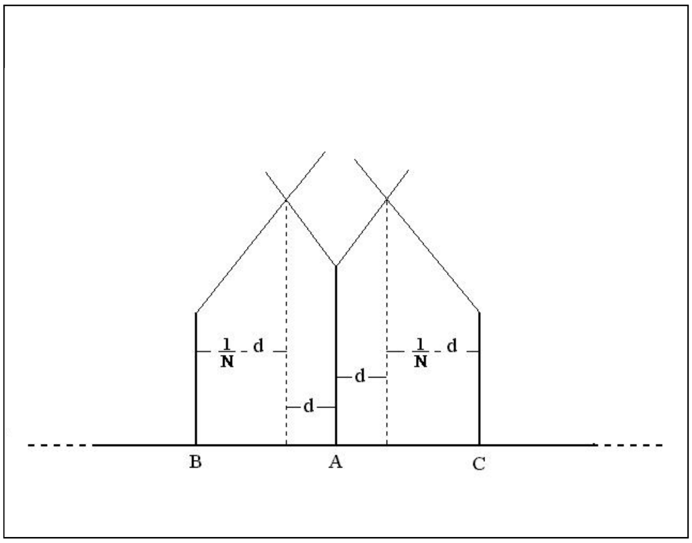


**Figura 4.9.** *La competizione tra imprese limitrofe lungo un cerchio*

Per determinare la quantità venduta da $A$ dobbiamo individuare la posizione del consumatore indifferente tra $A$ e $B$ e quella del consumatore indifferente tra $A$ e $C$. I consumatori compresi tra queste due posizioni sono quelli che acquistano presso $A$. Dalla figura emerge chiaramente come l'ipotesi di equidistanza tra le imprese faccia sì che il consumatore indifferente tra $A$ e $B$ disti da $A$ per un tratto identico a quello del consumatore indifferente tra $A$ e $C$. Indichiamo tale distanza con $d$. Le vendite complessive dell'impresa sono allora pari a $2d$.

Il costo complessivo in cui il consumatore incorre acquistando da un'impresa è, come nel modello del paragrafo precedente, pari alla somma del prezzo e del costo di trasporto. Per un consumatore indifferente tra $A$ e $B$ (o tra $A$ e $C$) deve valere:

$$p + td = \overline{p} + t\left(\frac{1}{N} - d\right) \tag{4.1}$$

Pertanto:

$$\begin{aligned} p - \overline{p} &= t\left(\frac{1}{N} - d\right) - td \Longrightarrow \\ \frac{(p - \overline{p})}{t} &= \frac{1}{N} - 2d \Longrightarrow \end{aligned}$$

$$2d = \frac{1}{N} - \frac{(p - \overline{p})}{t} \tag{4.2}$$

La (4.2) non è altro che la curva di domanda dell'impresa $A$. Essa esprime le vendite complessive di $A$ in funzione della differenza tra il prezzo di $A$,$(p)$, e il prezzo delle altre imprese, $(\overline{p})$.

Per calcolare l'equilibrio (simmetrico) di Nash nei prezzi, scriviamo la funzione di profitto (prezzo per quantità venduta) dell'impresa $A$:

$$\pi = p\left[\frac{1}{N} - \frac{(p - \overline{p})}{t}\right] \tag{4.3}$$

L'impresa massimizza questa funzione rispetto alla propria variabile strategica $p$, considerando come data la strategia delle altre imprese $\overline{p}$:

$$\frac{d\pi}{dp} = \left[\frac{1}{N} - \frac{(p - \overline{p})}{t}\right] - \frac{p}{t} = 0$$

Riordinando, otteniamo:

$$\frac{1}{N} = \frac{(2p - \overline{p})}{t}$$

ossia:

$$p = \frac{\left(\overline{p} + \frac{t}{N}\right)}{2} \tag{4.4}$$

Ricordiamo che stiamo cercando un equilibrio simmetrico: non vi è nulla infatti che autorizzi a pensare che imprese collocate simmetricamente lungo un cerchio possano fissare prezzi diversi. Un equilibrio simmetrico richiede che $p = \overline{p}$ e quindi che

$$p = \frac{t}{N}. \tag{4.5}$$

**Osservazione.** Il prezzo di equilibrio dipende positivamente dal costo unitario di trasporto, inversamente dal numero di imprese presenti sul mercato.

Questo risultato ha un'ovvia interpretazione. Abbiamo già sottolineato, in base all'analogia tra costo di trasporto e intensità delle preferenze, che tanto maggiore è l'affezione del consumatore al proprio prodotto preferito, tanto maggiore è l'importanza dei fattori qualitativi e tanto meno intensa è la competizione sul prezzo. Un elevato numero di imprese, d'altra parte, fa sì che la distanza tra ciascuna impresa e le imprese contigue sia relativamente piccola: ogni prodotto deve fronteggiare la concorrenza di sostituti più prossimi a questa accentua la competizione sul prezzo.

## 4.4. La scelta del prodotto ottimale da parte delle imprese

Nel modello di competizione sul cerchio abbiamo assunto che le imprese fossero equidistanti tra loro. Abbiamo cioè definito la posizione di ciscuna impresa in termini relativi. D'altra parte, le caratteristiche geometriche del cerchio sono tali da rendere priva di significato la nozione di 'localizzazione' in termini assoluti. Per studiare il problema della scelta del prodotto ottimale è opportuno allora tornare alla formulazione iniziale del modello, quella in cui le varie caratteristiche del prodotto sono rappresentate lungo un segmento.

La questione che intendiamo risolvere ora è la seguente. Date due imprese $I_1$ e $I_2$ che operano lungo il segmento $HK$, vogliamo:

- determinare il criterio in base al quale esse scelgono la propria collocazione sul segmento;
- una volta stabilita la collocazione delle imprese, ricalcolare il prezzo ottimo per ciascuna di esse e valutare la ripartizione del mercato che ne deriva.

Il problema si presenta quindi come un gioco tra imprese che si svolge in due stadi: nel primo le imprese scelgono le caratteristiche del proprio prodotto; date queste caratteristiche, nel secondo stabiliscono il prezzo. Questo riflette correttamente le proprietà del mercato che stiamo analizzando: la definizione del prodotto è tipicamente una scelta di lungo periodo da parte dell'impresa, una scelta cioè che non può essere modificata in tempi brevi. Date le caratteristiche del proprio prodotto, peraltro, nonchè le caratteristiche dei prodotti delle imprese concorrenti, ciascuna impresa può, istante per istante, competere con le altre in termini del prezzo offerto ai consumatori. E questa è tipicamente una decisione di breve periodo. Un gioco a due stadi permette di separare correttamente questi due ordini di decisioni.

Possiamo così sintetizzare la procedura di questo gioco a due stadi:

Stadio 1:

- Le imprese scelgono la propria localizzazione;
- si stabilisce un equilibrio di Nash in cui le strategie sono le localizzazioni.

Stadio 2:

- Le imprese, date le localizzazioni, scelgono il prezzo;
- si stabilisce un equilibrio di Nash in cui le strategie sono i prezzi.

In realtà, quindi, il gioco a due stadi presenta al proprio interno due giochi separati: nel primo si scelgono le localizzazioni, nel secondo i prezzi.

Sebbene, come abbiamo visto, il primo stadio precede logicamente il secondo, la procedura di soluzione del gioco procede in senso inverso. L'individuazione dell'equilibrio complessivo del modello richiede che dapprima si risolva il gioco dello stadio 2, indi che si utilizzi l'esito di quel gioco per analizzare e risolvere quello dello stadio 1.

### 4.4.1. La soluzione generale del gioco a due stadi e la nozione di equilibrio perfetto

Prima di calcolare analiticamente la soluzione del gioco, è importante comprendere la logica della procedura di soluzione; e questo perchè si tratta di una procedura generale, che può essere applicata a qualunque gioco a due stadi.

Consideriamo inizialmente lo stadio 2. In tale stadio le imprese hanno già deciso la propria collocazione e giocano sul prezzo. Come per tutti i giochi, dobbiamo specificare le funzioni di profitto dei due giocatori (le imprese) in tale stadio. Date le localizzazioni, il profitto di ciascuna impresa dipende dal proprio prezzo e dal prezzo dell'altra:

$\pi_1 = \pi_1(p_1, p_2)$ per date localizzazioni
$\pi_2 = \pi_2(p_1, p_2)$ per date localizzazioni.

Sappiamo già che la soluzione di questo stadio del gioco è la soluzione del sistema:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1}{dp_1}(p_1, p_2) &= 0 \\ \frac{d\pi_2}{dp_2}(p_1, p_2) &= 0 \end{aligned}$$

in cui le variabili incognite sono, appunto, $p_1$ e $p_2$. I valori di equilibrio $p_1^*$ e $p_2^*$ sono ovviamente funzione dei parametri del modello e, in particolare, della localizzazione delle due imprese:

$$\begin{aligned} p_1^* &= p_1^*(a, b) \\ p_2^* &= p_2^*(a, b) \end{aligned}$$

dove $a$ e $b$ rappresentano rispettivamente le distanze di $I_1$ e $I_2$ dagli estremi $H$ e $K$ (Figura 4.10), e quindi definiscono univocamente le scelte di localizzazione dell'impresa.

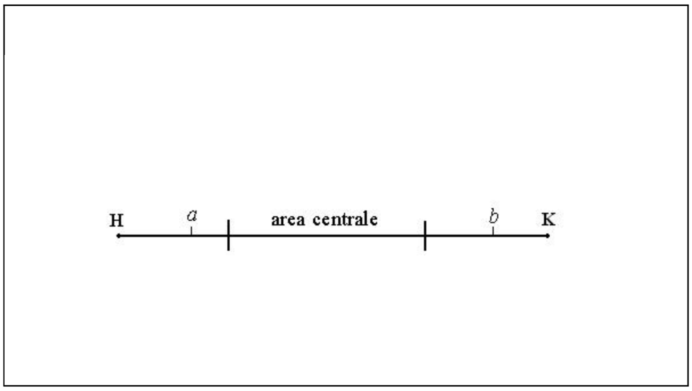


**Figura 4.10.** *La localizzazione delle imprese lungo il segmento delle caratteristiche*

Aver espresso, con la soluzione dello stadio 2, il prezzo ottimo in funzione delle localizzazioni consente ora di formulare correttamente e risolvere il gioco dello stadio 1. Se sostituiamo i valori $p_1^*$ e $p_2^*$ nella funzione di profitto delle imprese, otteniamo:

$$\begin{aligned} \pi_1^* &= \pi_1 \left[ p_1^* (a, b), p_2^* (a, b) \right] = \pi_1^* (a, b) \\ \pi_2^* &= \pi_2 \left[ p_1^* (a, b), p_2^* (a, b) \right] = \pi_2^* (a, b) \end{aligned}$$

Lo stadio 1 è lo stadio in cui la strategia delle imprese è la qualità del prodotto, la localizzazione lungo il segmento. Ebbene, grazie alla soluzione ottenuta per lo stadio 2, siamo in grado di esprimere le funzioni di profitto delle imprese esclusivamente in termini di questa variabile strategica: $\pi_1^* (a, b), \pi_2^* (a, b)$.

Siamo ora in grado di risolvere lo stadio 1. Dobbiamo calcolare la soluzione del sistema:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1^*}{da} (a, b) &= 0 \\ \frac{d\pi_2^*}{db} (a, b) &= 0 \end{aligned}$$

in cui le variabili incognite sono $a$ e $b$. Otteniamo così i valori ottimi delle localizzazioni $a^*$ e $b^*$.

Possiamo sintetizzare la procedura adottata:

- si inizia dalla soluzione dello stadio 2; si calcolano i prezzi ottimi in funzione delle localizzazioni e si utilizza questo risultato per definire una funzione di profitto in termini esclusivamente di queste ultime;
- si risolve lo stadio 1, ossia si calcolano le localizzazioni ottime.

L'equilibrio definito da questa procedura a ritroso è un *equilibrio perfetto*. Un equilibrio perfetto è un equilibrio strategico di un gioco a più stadi caratterizzato da un'importante proprietà: esso definisce una sequenza ordinata di mosse (nel nostro esempio prima la localizzazione, poi il prezzo) totalmente coerenti, mosse cioè che si rivelano ottimali non solo nel momento iniziale in cui vengono prestabilite, ma anche nel momento in cui occorre attuarle. Sebbene un approfondimento in questa direzione sia al di fuori degli obiettivi di queste note, vale la pena di sottolineare nuovamente che la nozione di equilibrio perfetto, e la relativa procedura di soluzione a ritroso, si applica in una molteplicità di situazioni economiche rilevanti: basti pensare a due imprese che devono decidere l'ammontare di risorse da destinare agli investimenti e, dato quest'ultimo, il volume della propria produzione; oppure la spesa complessiva per la pubblicità e, data quest'ultima, la sua ripartizione tra stampa, radio e televisione. Tutti questi sono esempi di decisioni che si svolgono in due stadi e che rimandano alla nozione di equilibrio perfetto. Torniamo ora al nostro problema di scelta della localizzazione.

### 4.4.2. Il principio della minima differenziazione e quello della massima differenziazione

Seguendo le linee di soluzione del problema indicato nel paragrafo precedente, Hotelling, nel suo lavoro del 1929, suggerì che l'esito del primo stadio dovesse prevedere la tendenza delle imprese a collocarsi al centro del segmento. In altre parole, Hotelling stabilì che le imprese avrebbero cercato di andare incontro ai gusti del 'consumatore medio', minimizzando la differenza qualitativa del proprio prodotto. Questa tesi è divenuta nota come *principio della minima differenziazione*.

Solo 50 anni dopo la pubblicazione del lavoro di Hotelling, ci si è resi conto che le sue conclusioni erano inficiate da un errore. Hotelling aveva sì derivato funzioni del tipo $\pi_1(a, b)$ e $\pi_2(a, b)$, ma aveva precisato che i propri calcoli erano stati condotti assumendo inizialmente che tali localizzazioni fossero prossime agli estremi. Data questa ipotesi aveva dimostrato la tendenza delle imprese a convergere verso il centro. Il problema che emerge, tuttavia, è che muovendosi verso il centro le imprese entrano in un'area in cui lo stadio della determinazione dei prezzi non ha soluzioni strettamente positive. In effetti, se le imprese si avvicinano e producono un prodotto sempre più simile, la descrizione del modello converge a quella di un duopolio con prodotto omogeneo e fissazione del prezzo, ossia a una situazione caratterizzata dal paradosso di Bertrand.

Verso la fine degli anni '70, alcuni autori hanno riproposto una versione parzialmente modificata del modello di Hotelling, grazie alla quale è stato possibile derivare una soluzione per entrambi gli stadi del gioco, e quindi dimostrare l'esistenza di un equilibrio perfetto. L'unica modifica rilevante di tale nuova formulazione riguarda i costi di trasporto. Finora abbiamo assunto che la funzione dei costi di trasporto fosse lineare, del tipo $td$, ossia che il costo unitario di trasporto fosse una costante $t$. Ciò equivale a ipotizzare che il costo per unità di distanza sopportato dal consumatore sia indipendente dalla distanza percorsa;

ricorrendo ancora all'analogia con la dimensione spaziale, l'idea è che percorrere 'un chilometro in più' quando se ne sono percorsi 10 costi come percorrere 'un chilometro in più' quando se ne sono già percorsi 100.

Nel modello che analizzeremo nelle pagine sgeuenti assumeremo invece che la funzione dei costi di trasporto sia quadratica, cioè del tipo $cd^2$. La Figura 4.11 illustra la configurazione del costo complessivo sopportato da un consumatore in presenza di costi di trasporto quadratici. La carattersitica di questa funzione di costo è che il costo unitario di trasporto, $\frac{cd^2}{d} = cd$, non è più una costante ma cresce all'aumentare della distanza percorsa: 'un chilometro in più' dopo 100 chilometri ha un costo maggiore di 'un chilometro in più' dopo 10 chilometri.

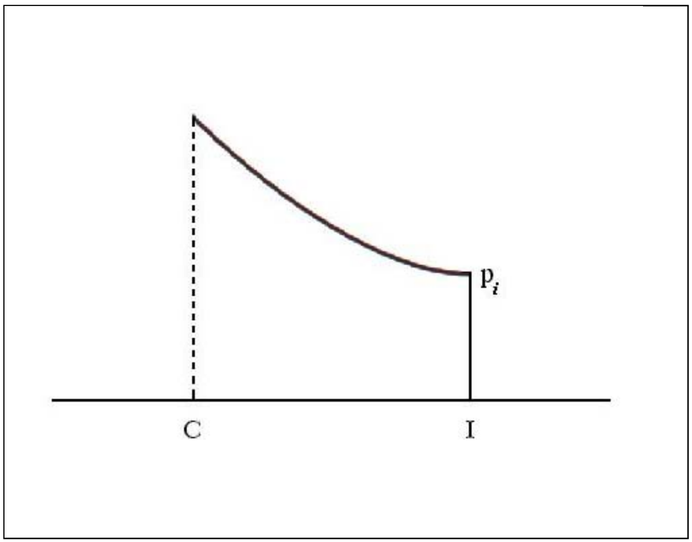


**Figura 4.11.** *Costi di trasporto quadratici*

Nel contesto della differenziazione orizzontale del prodotto, costi di trasporto quadratici indicano che il consumatore è più disposto ad allontanarsi ulteriormente dal proprio prodotto ideale quando la distanza tra lui e tale prodotto è piccola, rispetto al caso in cui questa distanza sia ampia.

Consideriamo nuovamente un segmento $HK$. Indichiamo con $l$ la lunghezza complessiva del segmento, con $a$ la distanza di $I_1$ da $H$ e con $b$ la distanza di $I_2$ da $K$. La notazione è riassunta nella Figura 4.12.

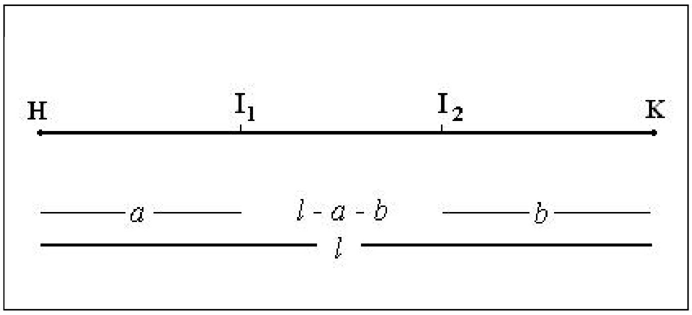


**Figura 4.12.**

Il criterio che ci permette di individuare il consumatore indifferente tra le due imprese è il medesimo del caso con costi lineari: si tratta di individuare il punto lungo il segmento $HK$ cui corrisponde un costo complessivo dell'acquisto (prezzo + costo di trasporto) identico per le due imprese. Nella Figura 4.13 il consumatore indifferente si posiziona nel punto $C$.

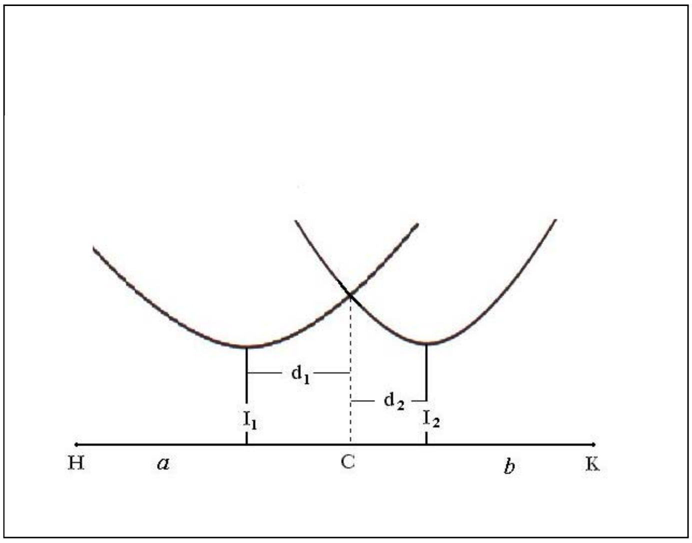


**Figura 4.13.** *Il consumatore indifferente con costi di trasporto quadratici*

In tale figura il consumatore indifferente si colloca in una posizione intermedia tra le due imprese. Questa non è peraltro una condizione necessaria. Il modello ammette anche situazioni quali quella descritta, per esempio, dalla Figura 4.14, in cui il consumatore marginale si colloca tra $I_1$ e $H(x)$. La procedura di soluzione che svilupperemo è perfettamente applicabile anche a configurazioni di questo tipo, ma per brevità la discussione di questo aspetto del problema viene in questa sede trascurata.

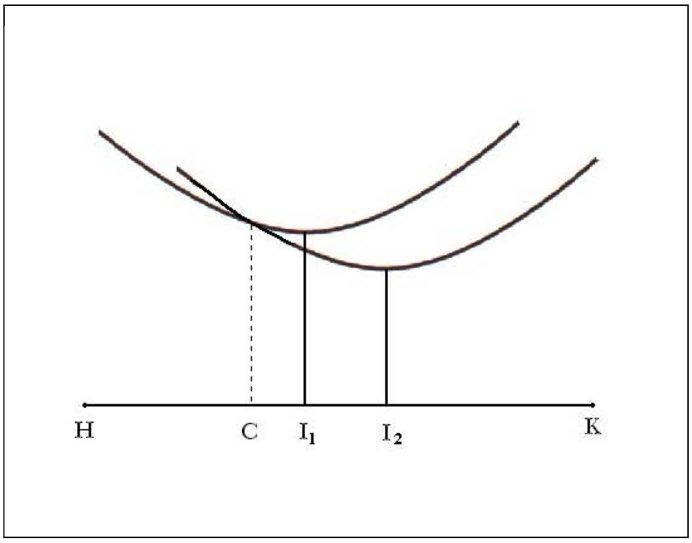


**Figura 4.14.** *Un caso di collocazione 'esterna' del consumatore indifferente*

Definiamo ora $d_1$ la distanza del consumatore indifferente da $I_1$ e $d_2$ la distanza del consumatore indifferente da $I_2$ (Figura 4.13). È evidente allora che le vendite complessive di $I_1$ sono pari a:

$$q_1 = a + d_1$$

e che le vendite complessive di $I_2$ sono pari a :

$$q_1 = b + d_2$$

Seguendo la procedura indicata nel paragrafo precedente, dobbiamo in primo luogo esprimere la funzione di profitto delle due imprese i cui argomenti siano $p_1$ e $p_2$, assumendo le localizzazioni come date. Per far questo dobbiamo determinare precisamente i valori assunti da $q_1$ e $q_2$ in funzione dei prezzi delle due imprese (ossia dobbiamo definire le curve di domanda). Come nel modello di competizione sul cerchio, iniziamo dalla condizione di indifferenza del consumatore originale:

$$p_1 + c\,(d_1)^2 = p_2 + c\,(d_2)^2 \tag{4.6}$$

ossia:

$$p_1 - p_2 = c\left[(d_2)^2 - (d_1)^2\right]$$

che può essere riscritta:

$$p_1 - p_2 = c\,(d_2 + d_1)\,(d_2 - d_1) \tag{4.7}$$

Ricordiamo ora che per costruzione

$$(d_2 + d_1) = (1 - a - b) \tag{4.8}$$

sostituendo la (4.8) nella (4.7), otteniamo:

$$d_2 - d_1 = \frac{p_1 - p_2}{c\,(1 - a - b)} \tag{4.9}$$

Sommando la (4.8) e la (4.9) membro a membro, otteniamo:

$$d_2 = \frac{(1 - a - b)}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2c\,(1 - a - b)}$$

e quindi:

$$q_2 = \frac{(1 - a - b)}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2c\,(1 - a - b)} + b \tag{4.10}$$

Questa non è altro che la curva di domanda di $I_2$: come ovvio, la quantità venduta da $I_2$ dipende inversamente dal prezzo $p_2$.

La curva di domanda di $I_1$ può essere a questo punto ricavata facilmente ricordando che:

$$d_1 = (l - a - b) - d_2$$

e che $q_1 = d_1 + a$. Al lettore è lasciato verificare che:

$$q_1 = \frac{(l - a - b)}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2c\,(l - a - b)} + a \tag{4.11}$$

Siamo stati così in grado di derivare, per date localizzazioni $a$ e $b$, funzioni di domanda i cui argomenti siano $p_1$ e $p_2$. Date queste funzioni,

$$\begin{aligned} q_1 &= q_1\,(p_1, p_2) \\ q_2 &= q_2\,(p_1, p_2) \end{aligned}$$

possiamo immediatamente formulare le funzioni di profitto:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1 q_1\,(p_1, p_2) = \pi_1\,(p_1, p_2) \\ \pi_2 &= p_2 q_2\,(p_1, p_2) = \pi_2\,(p_1, p_2) \end{aligned}$$

Abbiamo così ricostruito le funzioni di profitto del secondo stadio del gioco. Sostituendo a $q_1$ e $q_2$ i valori ottenuti in precedenza – equazioni (4.10) e (4.11) – e massimizzando $\pi_1$ rispetto a $p_1$ (per dato $p_2$) e $\pi_2$ rispetto a $p_2$ (per dato $p_1$), otteniamo un sistema di due equazioni in due incognite, $p_1$ e $p_2$, la cui soluzione di equilibrio risulta essere:

$$
\begin{aligned}
p_1^* &= c\,(l-a-b)\left[l+\frac{(a-b)}{3}\right] \\
p_2^* &= c\,(l-a-b)\left[l+\frac{(b-a)}{3}\right]
\end{aligned} \tag{4.12}
$$

È facile verificare che i prezzi di equilibrio, la soluzione del secondo stadio del gioco, sono espressi in funzione esclusivamente di $a$ e $b$ (oltre che, naturalmente, di $l$ e $c$, cioè dei parametri che non sono comunque oggetto di scelta degli operatori).

In forma compatta possiamo quindi esprimere questi prezzi di equilibrio come:

$$
\begin{aligned}
p_1^* &= p_1^*\,(a,b) \\
p_2^* &= p_2^*\,(a,b)
\end{aligned} \tag{4.12'}
$$

Sostituendo i valori della (4.12) nelle espressioni per $q_1$ e $q_2$, otteniamo le seguenti curve di domanda in forma compatta:

$$
\begin{aligned}
q_1\left[p_1^*\,(a,b)\,p_2^*\,(a,b)\right] &= q_1^*\,(a,b) \\
q_2\left[p_1^*\,(a,b)\,p_2^*\,(a,b)\right] &= q_2^*\,(a,b)
\end{aligned} \tag{4.13}
$$

La (4.13) rappresenta curve di domanda i cui unici argomenti sono le localizzazioni delle imprese. Dato che ormai sia i prezzi (di equilibrio) che le quantità sono espresse unicamente in funzione delle localizzazioni, possiamo formulare anche le funzioni di profitto esclusivamente in termini di queste ultime:

$$
\begin{aligned}
\pi_1 &= p_1^*\,(a,b)\,q_1^*\,(a,b) = \pi_1^*\,(a,b) \\
\pi_2 &= p_2^*\,(a,b)\,q_2^*\,(a,b) = \pi_2^*\,(a,b)
\end{aligned}
$$

La definizione di queste funzioni di profitto consente di analizzare il primo stadio del gioco, quello della scelta ottimale delle localizzazioni. Si tratta di massimizzare le funzioni di profitto di ciascuna impresa rispetto alla relativa variabile strategica, $a$ per $I_1$ e $b$ per $I_2$; ebbene, il risultato che emerge in questo caso è che:

$\dfrac{d\pi_1^*\,(a,b)}{da} < 0$ per ogni valore di $a$ e $b$;

$\dfrac{d\pi_2^*\,(a,b)}{db} < 0$ per ogni valore di $a$ e $b$.

Che cosa indica questo risultato? I profitti aumentano al diminuire delle distanze dagli estremi $H$ e $K$, $I_1$ può aumentare i propri profitti comprimendo al massimo $a$ e $I_2$ comprimendo al massimo $b$. Ciò significa che la scelta migliore che le due imprese possano compiere è quella di collocarsi agli estremi, $I_1$ in $H$ e $I_2$ in $K$. Le imprese tendono, in questa formulazione del modello, a differenziare al massimo il proprio prodotto. Abbiamo ottenuto così un risultato opposto rispetto a quello derivato in origine da Hotelling; l'analisi appena svolta suggerisce quello che possiamo definire un *principio di massima differenziazione*.

In termini formali, la differenziazione del prodotto è massima se:

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ b &= 0 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Sostituendo questi valori nella (4.12), otteniamo il prezzo di equilibrio delle due imprese:

$$p_1 = p_2 = cl^2 \tag{4.15}$$

### 4.4.3. Un commento

Per afferrare pienamente la logica del principio della massima differenziazione, dobbiamo comprendere quali siano le forze economiche fondamentali che ispirano il comportamento delle imprese in questo modello.

In un mercato con prodotto differenziato orizzontalmente, le imprese possono avere convenienza a offrire il prodotto 'più popolare', quello che incontra i gusti del consumatore medio. Muovendosi verso il centro del segmento, la gamma dei potenziali acquirenti, infatti, diviene più ampia. Ma se entrambe le imprese agiscono in questo senso, ciascuna finisce con l'offrire un prodotto molto simile a quello dell'impresa concorrente: la competizione sul prezzo si inasprisce e questo tende a comprimere i profitti. Se il desiderio di offrire il prodotto medio spinge verso il centro, quello di allentare la competizione di prezzo spinge verso gli estremi. Non esiste un criterio generale per stabilire a priori quale di questi due effetti debba prevalere. I risultati che abbiamo derivato ci assicurano esclusivamente che, data la particolare funzione dei costi di trasporto ipotizzata, data quindi la particolare configurazione delle preferenze dei consumatori che essa descrive, il secondo effetto è destinato a prevalere sul primo. Se la funzione dei costi di trasporto è quadratica, per ciascuna impresa risulta conveniente allontanarsi il più possibile dalla rivale e allentare la competizione sul prezzo, anche a costo di allontanarsi dai gusti del consumatore medio.