



## CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

ESAME SCRITTO 31 Gennaio 2019

NOME E COGNOME: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

### Esercizio 1 (Punti 10)

Un punto materiale di massa  $m$  si muove per effetto di una forza:  $\vec{F} = -kr^2\hat{r}$  essendo  $k$  una costante reale e positiva,  $r$  e  $\hat{r}$  il modulo ed il versore del raggio vettore uscente dal punto  $O$ . All'istante iniziale  $t=0$  il punto materiale si trova nel punto individuato dal raggio vettore  $r_0\hat{r}$ , con velocità  $v_0$  che forma un angolo  $\theta$  con il vettore posizione.

1. Si dimostri che la forza  $F$  è conservativa;
2. Si ricavi il lavoro compiuto dalla forza per spostare il punto dalla posizione iniziale alla posizione individuata dal raggio vettore  $\vec{r} = 2r_0\hat{r}$
3. Si calcoli il modulo del momento angolare al tempo  $t=0$ ;
4. Si ricavi il modulo del momento angolare in ogni istante di tempo successivo a  $t=0$ .

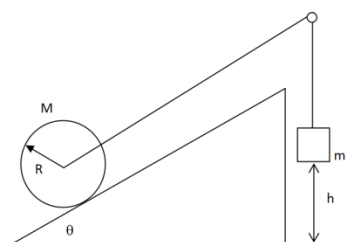
### Esercizio 2 (Punti 12)

Un disco di massa  $M$  e raggio  $R$  è posto sopra un piano inclinato di un angolo  $\theta=45^\circ$  rispetto all'orizzontale. All'asse del disco è collegato un filo inestensibile e di massa trascurabile cui è appesa una massa  $m=8$  Kg che si trova inizialmente ferma ad un'altezza  $h=2$  m dal suolo. Ad un certo istante di tempo si lascia la massa  $m$  libera di muoversi. Nel caso in cui il moto del disco sia di puro rotolamento si determini:

1. Il valore della massa  $M$  affinché il sistema rimanda in equilibrio anche quando la massa  $m$  viene liberata;

Nel caso in cui  $M=10$  Kg si determini:

2. Se il corpo di massa  $m$  sale o scende;
3. L'accelerazione del centro di massa del disco;
4. Dopo quanto tempo il corpo  $m$  tocca il suolo.



### Esercizio 3 (Punti 8)

Si ricavi il teorema delle accelerazioni relative supponendo noto quello sulle velocità relative.



## CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

### SOLUZIONI

#### ESERCIZIO 1

Il lavoro compiuto dalla forza F si può scrivere come:

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b -kr^2 dr = \frac{k}{3}(r_a^3 - r_b^3)$$

Poiché il lavoro non dipende dal percorso allora la forza è conservativa.

Il lavoro compiuto per spostare il punto materiale tra i due punti si ricava facilmente:

$$W = \frac{k}{3}(r_0^3 - 8r_0^3) = -\frac{7k}{3}r_0^3$$

$$L_0 = r_0 m v_0 \sin\theta$$

Si osservi che il momento della forza F rispetto ad O scelto come polo è sempre nullo. Pertanto il momento angolare si conserva. Quindi è sempre:  $L = L_0$

#### ESERCIZIO 2

Per il punto m si ha (supponendo che il corpo scenda):

$$-T + mg = ma_1 \quad (1)$$

Per il disco le equazioni cardinali portano a scrivere:

$$\begin{cases} T - Mg \sin\theta - F_a = Ma_2 \\ N = mg \cos\theta \\ F_a R = I\alpha \end{cases} \quad (2)$$

Dalle (1) e 2i(2) imponendo la condizione di puro rotolamento  $\alpha = \frac{a_2}{R}$  e tenendo conto che la fune è inestensibile per cui  $a_1 = a_2$  si ottiene:

$$a = g \frac{m - M \sin\theta}{m + M + \frac{I}{R^2}} \quad \text{essendo } I = MR^2/2 \text{ si ha } a = g \frac{m - M \sin\theta}{m + \frac{3}{2}M}$$

Perché il corpo rimanga in quiete deve esser  $a=0$  e quindi  $M = \frac{m}{\sin\theta} = 11.3 \text{ Kg}$

Se  $M=10 \text{ Kg}$  si ha  $a=0.39 \text{ m/s}^2$

Essendo positiva il corpo si muove scendendo come inizialmente supposto.

Il corpo m si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione a.

Per cui:  $h = \frac{1}{2}at^2$  da cui  $t=3.2 \text{ s}$