



CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

ESAME SCRITTO 21 Febbraio 2019

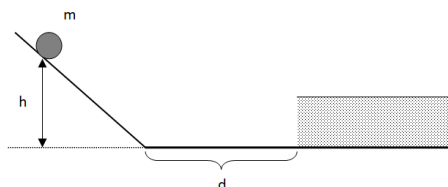
NOME E COGNOME: _____ Matricola: _____

Esercizio 1 (Punti 12)

Un punto materiale di massa m si trova fermo su un piano inclinato ad un'altezza h dal piano orizzontale, come in figura. Ad un certo istante di tempo il punto viene lasciato libero di muoversi. Fino ad entrare in una regione posta ad una distanza d dalla base del piano inclinato in cui agisce una forza di attrito viscoso espressa da $\vec{F} = -k\vec{v}$ essendo k una costante reale positiva e \vec{v} la velocità del punto. Sia il piano inclinato che quello orizzontale sono lisci.

Si determini:

1. La velocità del punto materiale quando entra nella regione con attrito viscoso;
2. L'andamento in funzione del tempo della velocità del punto nella regione di fluido viscoso;
3. La legge oraria del moto nella regione di fluido viscoso;
4. Il lavoro compiuto dalla forza di attrito viscoso per fermare il punto materiale.



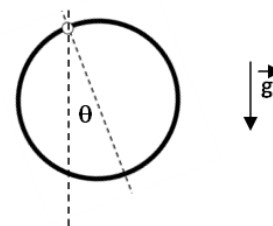
Esercizio 2 (Punti 10)

Un anello di massa $m=100$ g e raggio $R=50$ cm è appeso ad un chiodo liscio come in figura. Si determini:

1. La reazione vincolare esercitata dal chiodo.

Ad un certo istante di tempo l'anello viene spostato di un angolo θ_0 dalla sua posizione di equilibrio e quindi lasciato libero di muoversi, da fermo. Si determini:

2. L'equazione del moto;
3. Il periodo nell'ipotesi delle piccole oscillazioni



Esercizio 3 (Punti 8)

Si enunci e dimostri il teorema di Huygens-Steiner sul momento d'inerzia.



CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

La velocità alla base del piano, e quindi all'ingresso della zona di attrito viscoso si ottiene dalla conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \text{ da cui } v_0 = \sqrt{2gh}$$

Nella zona viscosa la II legge di Newton porta a scrivere che $-kv = \frac{dv}{dt}$ che è un'equazione differenziale a variabili separabili la cui soluzione è:

$$v(t) = v_0 e^{-kt}$$

Da cui si ottiene che $\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$ la cui integrazione porta a scrivere

$$x - x_0 = -\frac{v_0}{k} \int_0^t (-k) e^{-kt} dt \text{ la cui soluzione nell'ipotesi in cui l'origine coincida proprio con l'inizio della zona viscosa da: } x = \frac{v_0}{k} (e^{-kt} - 1)$$

La reazione vincolare e la forza peso non compiono lavoro quindi:

$$W_{diss} = \Delta E_m = -\frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh$$

ESERCIZIO 2

La reazione vincolare si ottiene dalla seconda legge della dinamica (essendo nulla l'accelerazione):

$$T = mg = 0.98 \text{ N}$$

Scrivendo l'equazione dei momenti rispetto al vincolo si trova che: $-mgR \sin \theta = mR^2 \ddot{\theta}$ da cui si ricava l'equazione del moto:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta = 0 \text{ che ha soluzioni del tipo } \theta = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Essendo } \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Imponendo le condizioni iniziali $\theta(t=0) = \theta_0$ e $\dot{\theta}(t=0) = 0$ si ottiene:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ e } A = \theta_0$$

Per cui si ottiene: $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$

$$\text{Il periodo si ottiene da: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 1.4 \text{ s}$$