



CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

ESAME SCRITTO 17 Luglio 2018

NOME E COGNOME: _____ Matricola: _____

Esercizio 1 (Punti 12)

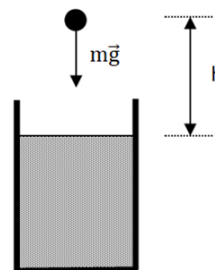
Un punto materiale di massa $m=100$ g, inizialmente fermo, viene lasciato cadere da un'altezza $h=60$ cm dalla superficie di un fluido viscoso. All'interno del fluido il punto materiale risente (oltre che della forza peso) di una forza di attrito viscoso:

$$\vec{F}_a = -k\vec{v}$$

Essendo \vec{v} la velocità del punto e k una costante reale di valore pari a $k=2$ Kg/s.

Si determini:

1. La velocità con cui il punto materiale tocca la superficie del fluido;
2. L'andamento nel tempo della velocità del punto nel fluido;
3. La velocità limite ossia la velocità del punto per un tempo $t \rightarrow \infty$
4. L'andamento nel tempo dell'accelerazione.



Esercizio 2 (Punti 10)

Un disco di massa $m=0.5$ Kg e raggio $R=30$ cm si trova fermo, con il suo centro di massa ad altezza $h=60$ cm rispetto all'orizzontale, su un piano inclinato di un angolo $\alpha=45^\circ$ rispetto all'orizzontale per effetto di una fune inestensibile e di massa trascurabile che unisce il suo centro ad un vincolo, come in figura.

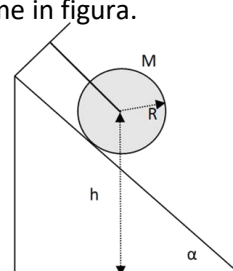
Si determini:

1. La tensione T della fune

Ad un certo istante di tempo la fune viene tagliata

ed il disco inizia a rotolare senza strisciare sul piano inclinato. Si calcoli:

2. La velocità del centro di massa alla base del piano inclinato
3. La velocità angolare del disco alla base del piano inclinato.



Esercizio 3 (Punti 8)

Si ricavi il momento d'inerzia di un disco omogeneo di massa m e raggio R rispetto ad un asse verticale perpendicolare alla superficie del disco e passante per il suo centro.

**CORSO DI FISICA 1**

(Prof. Gianluca QUARTA)

SOLUZIONI**ESERCIZIO 1**

La velocità v_0 con cui il punto tocca il fluido si calcola applicando la conservazione delle energia meccanica:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \text{ da cui si ricava che } v_0 = \sqrt{2gh}=3.4 \text{ m/s}$$

Nel fluido il punto materiale risente sia della forza peso che della forza di attrito viscoso per cui la II legge di Newton (proiettata lungo la direzione del moto) si scrive:

$$mg - kv = ma = m \frac{dv}{dt} \text{ da cui si ricava l'equazione differenziale:}$$

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$ che è un'equazione differenziale del primo ordine a variabili separabili che si può risolvere come:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{g - \frac{k}{m}v} = \int_0^t dt \text{ che fornisce la seguente soluzione:}$$

$$v(t) = \frac{mg}{k} - \left(\frac{mg}{k} - v_0\right)e^{-\frac{k}{m}t}$$

La velocità limite si calcola come: $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \frac{mg}{k} = 0.49 \text{ m/s}$

L'accelerazione si ricava come:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\left(\frac{k}{m}\right)\left(\frac{mg}{k} - v_0\right)e^{-\frac{k}{m}t}$$

Che tende a 0 per tempi lunghi, in altri termini il moto tende a diventare rettilineo uniforme nel fluido.

ESERCIZIO 2

Su disco, nella configurazione iniziale si ha:

$$\begin{cases} T + Fa = mgsin\alpha \\ N = mg \cos\alpha \\ M_E = FaR = 0 \rightarrow Fa = 0 \end{cases} \text{ da cui si ricava } T = mgsin\alpha = 3.46 \text{ N}$$

Quando la fune viene tagliata il disco inizia a muoversi di moto di puro rotolamento e le equazioni che lo descrivono sono date da:

$$\begin{cases} -Fa + mgsin\alpha = ma_{cm} \\ N = mg \cos\alpha \\ M_E = FaR = I\alpha \end{cases} \text{ ma essendo il moto di puro rotolamento } a_{cm} = \alpha R \text{ per cui } Fa = \frac{I a_{cm}}{R^2} \text{ e quindi:}$$

$$-\frac{I a_{cm}}{R^2} + mgsin\alpha = ma_{cm} \text{ da cui si ricava: } a_{cm} = \frac{2}{3}gsin\alpha = 4.6 \frac{m}{s^2}$$

La conservazione dell'energia meccanica si scrive:

$$\frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgR = mgh \text{ ma (essendo il moto di puro rotolamento) } v_{cm} = \omega R \text{ si ricava che:}$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{4g(h-r)}{3}} = 1.98 \text{ m/s e } \omega = \frac{v_{cm}}{R} = 6.60 \text{ rad/s}$$