CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

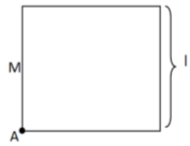
ESAME SCRITTO 11 Settembre 2018

NOME E COGNOME:____Matricola:____________________

Esercizio 1 (Punti 12)

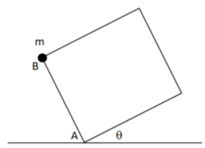
Un corpo rigido è costituito da quattro aste sottili, ciascuna di massa M e lunghezza l unite come in figura a formare un quadrato.

1. Si calcoli il momento d'inerzia del corpo rispetto ad un asse ortogonale al piano del corpo e passante per un suo estremo (A in figura).



A un certo istante di tempo il corpo viene posto in equilibrio nella configurazione indicata in figura, formando un angolo θ con l'orizzontale, mediante una massa m (di dimensioni trascurabili) posta nel vertice B. Si determini:

2. Il valore della massa m
3. L'accelerazione angolare con cui inizia a muoversi il corpo una volta rimossa la massa m.
4. La velocità angolare con cui il corpo giunge nella posizione orizzontale (θ=0).



Esercizio 2 (Punti 10)

Un punto materiale di massa m=0.1 Kg si muove su un piano per effetto di una forza. La sua posizione è descritta dal raggio vettore:

$$\overrightarrow{r(t)} = (8t^2 + 5t)\hat{x} + 20\hat{y}$$

Essendo t il tempo.

Si determini:

1. La posizione del punto al tempo t=0;
2. La velocità del punto al tempo t=2 s;
3. L'andamento dell'accelerazione nel tempo;
4. Il lavoro compiuto dalla forza tra l'instante t=0 e l'istante t=2 s.

Esercizio 3 (Punti 8)

Si scriva e si dimostri il teorema di König sull'energia cinetica.

CORSO DI FISICA 1

(Prof. Gianluca QUARTA)

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

Il momento d'inerzia del corpo si ricava, per il teorema di Steiner, come: $I_A = I_{CM} + 4M(\frac{d}{2})^2$ essendo d la diagonale del quadrato.

$$I_{CM} = 4I_i = 4\left(\frac{Ml^2}{12} + M\frac{l^2}{4}\right) = \frac{4}{3}Ml^2$$

E quindi: $I_A = \frac{4}{3}Ml^2 + 4M(\frac{d}{2})^2 = \frac{10}{3}Ml^2$

Per calcolare la massa m si può scrivere la condizione che il momento delle forze esterne sia nullo rispetto al punto A (rispetto al quale la reazione vincolare del piano ha momento nullo).

Si ricava quindi che:

$mgl\,cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 4Mg\frac{\sqrt{2}}{2}cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$ da cui si ottiene: $m = 2\sqrt{2}M\frac{cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}{sen\,(\theta)}$

L'accelerazione angolare si ottiene da:

$M_A^E = I_A\alpha$ da cui $\alpha = \frac{2Mg\sqrt{2}l}{I_A}\,cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$

Per calcolare la velocità angolare basta imporre la conservazione dell'energia meccanica del sistema per cui:

$4Mg\frac{\sqrt{2}}{2}lsen\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1}{2}I_A\omega^2 + 4Mg\frac{l}{2}$ da cui si ricava ϖ.

ESERCIZIO 2

La posizione del punto al tempo t=0 si ottiene imponendo, nell'espressione di r(t) t=0 e quindi:

$\overrightarrow{r(t=0)} = 20\hat{y}$

L'andamento della velocità si ottiene derivando l'espressione di r(t) e quindi:

$$\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\overrightarrow{r(t)}}{dt} = (16t + 5)\hat{x}$$

Si osservi che la velocità è nulla lungo l'asse y. Quindi al tempo t=2 s si ottiene: $\overrightarrow{v(t=2)} = (37)\hat{x}$

$$\overrightarrow{a(t)} = \frac{d\overrightarrow{v(t)}}{dt} = (16)\hat{x}$$

Quindi il moto è uniformemente accelerato.

Per il calcolo del lavoro compiuto dalla forza basta applicara il teorema dell'energia cinetica:

$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_{t=2}^2 - \frac{1}{2}mv_{t=0}^2$=67.2 J