

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 12.IX.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = x \exp\left\{\frac{1 + |x|}{1 - |x|}\right\}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1/x)[e^x + 2x^{-2} \log \cos x]}{\sqrt{x}}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^2 - i\bar{z} = |z|^2$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cos^2 x}{\sqrt{x}} dx.$$

5. Definizione di derivata e teorema sulla derivazione della funzione composta.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 11.VII.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \sqrt[3]{|x|(x-1)}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x^2}}{(1 - \cos^2 x)e^{-x}}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$|z - 2|^2 = |\bar{z} - 1|^2 + z^2$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{x^2 + 7}{x^2 + 6x + 9} dx.$$

5. Definizione di derivata e teorema sulla derivazione della funzione composta.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 27.VI.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = x(1 + e^{1/x}).$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2 \arctan x} - 1}{x \log(1 + x)}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^2 - (4 + i)z + 4 + 2i = 0$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cos^2 x}{\sqrt{x}} dx.$$

5. Teorema di caratterizzazione del limite con successioni.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I a.a.2013/14 e precedenti

Lecce, 27.VI.2016

1. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale la l'uguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n k \cdot (k!) = (n+1)! - 1.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-2 \arctan x} - 1}{x \log(1+x)}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^2 - (4+i)z + 4 + 2i = 0$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{n}.$$

5. Determinare il dominio naturale della seguente funzione:

$$(\cos x - |\cos x - 1|)^{\sqrt{2 \sin x - 1}}.$$

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 9.VI.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{x}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x})^{\frac{1}{\sin x}}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^3 + 4i|z| = 0$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{1 + 2 \cos x}{3 - \cos x} \sin x \, dx.$$

5. Dare la definizione di estremo superiore ed inferiore, enunciare le rispettive caratterizzazioni e dimostrarne una.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 31.III.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = 2x + \arctan\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right).$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt[4]{1 + x^2}}{\arcsin x \tan x}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$\left(z^4 - \frac{1+i}{1-i}\right)(z\bar{z} - 4 + i) = 0$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int x \log(1 + x^2) dx.$$

5. Teorema di caratterizzazione del limite con successioni.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I a.a.2013/14 e precedenti

Lecce, 31.III.2016

1. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale la l'uguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt[4]{1+x^2}}{\arcsin x \tan x}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$\left(z^4 - \frac{1+i}{1-i} \right) (z\bar{z} - 4 + i) = 0$$

e rappresentare le soluzioni sul piano complesso.

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \cos n}{n^2 + 2n + \arctan n} \sin \left(\frac{1}{n^{\frac{1}{2}}} \right).$$

5. Risolvere la disequazione:

$$\left[\arccos \left(\log_{\frac{1}{2}} |1 - \sin x| \right) - \frac{\pi}{2} \right] \cdot \sqrt{\cos^2 x - 3 \cos x} \leq 0$$

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 18.II.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = |3x - 2x^2|e^{-x/2}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(1 + e^{x^2}) \left(\cos \frac{1}{x} - 1 \right).$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^3|z| + 4i = 0.$$

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}} dx.$$

5. Formula di Taylor.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

**Prova scritta di Analisi Matematica I
a.a.2013/14 e precedenti**

Lecce, 18.II.2016

1. Si dimostri che per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale la l'uguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(1 + e^{x^2}) \left(\cos \frac{1}{x} - 1 \right).$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^3 |z| + 4i = 0.$$

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum \frac{n^2 - \sin n + 1}{n^4 + \log n} \cdot \cos(n!).$$

5. Si risolva la disequazione:

$$\left(\sin \left(\log_5 \left[\sqrt{\left| \frac{x+4}{x-4} \right|} - 1 \right] \right) - 2 \right) \cdot \arctan \left(5^{x^2} - \sqrt{5^{6x-4}} \right) \leq 0.$$

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 1^o.II.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = \frac{5 - e^{x-1}}{1 + |x - 1|}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \log[(1+x)^x]}{e^{x-\sin x} - 1}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$|z|\bar{z} = z^2.$$

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{\sin x}{1 + \sin x + \cos x} dx.$$

5. Definizione e caratterizzazione dell'estremo superiore.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

**Prova scritta di Analisi Matematica I
a.a.2013/14 e precedenti**

Lecce, 1^o.II.2016

1. Si dimostri che per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale la l'uguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{(n+1)(n^2+2n)}{3}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)(1-\cos(2x))}{(e^x-1)\sin(x^2)+\tan^2(x^2)}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$|z|\bar{z} = z^2.$$

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum \frac{\log n}{n^2 \arctan n}.$$

5. Si risolva la disequazione:

$$\sin(\log(e^x - 1)) \geq 0.$$

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova scritta di Analisi Matematica I

Lecce, 13.I.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = x \exp\left\{\frac{x-1}{x-2}\right\}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - \tan x}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$\bar{z} = i + \frac{6}{z}.$$

4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{3e^x}{e^{3x} - 1} dx.$$

5. Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica
Seconda prova parziale di Analisi Matematica I

Lecce, 13.I.2016

1. Tracciare il grafico della funzione definita dalla seguente espressione analitica:

$$f(x) = 4 \arctan \sqrt{|x + 1|} - x.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin(2x)) - \sin(\log(1 + 2x))}{(1 - \cos x)^2}.$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{1}{3 \sin x - \cos x + 1} dx.$$

4. Teorema di Bolzano–Weierstrass.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

**Prova scritta di Analisi Matematica I
a.a.2013/14 e precedenti**

Lecce, 13.I.2016

1. Si dimostri che per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale la l'uguaglianza:

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{(n+1)(n^2+2n)}{3}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2 \sin(x^3)}{x^2 - \log \sqrt{1 + x \sin x}} \log |x|.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^8 + 4z^4 + 3 = 0.$$

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum \frac{n^2 - \sin n + 1}{n^4 + \log n} \cdot \cos(n!).$$

5. Si risolva la disequazione:

$$\sqrt{e^{2x} - 5e^x + 6} \cdot \log \left| \frac{x+1}{x-1} \right| \geq 0.$$

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica
Prima prova parziale di Analisi Matematica I
Lecce, 3.XI.2015 – TRACCIA **A**

1. Determinare il dominio naturale della seguente espressione analitica:

$$\tan \left(\log \frac{x-1}{x+1} \right).$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - e^x) \tan x}{\sin^2 x + \arcsin^3 x}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$z^4 + 3|z|^4 = 1.$$

4. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3n^2 - 4}{4n^2 + 5}}.$$

5. Enunciare il teorema di esistenza dei limiti per le funzioni monotone e dimostrare un caso.

Corsi di Laurea in Matematica e in Fisica

Prova parziale di Analisi Matematica I

Lecce, 3.XI.2015 – TRACCIA **B**

1. Determinare il dominio naturale della seguente espressione analitica:

$$\sqrt{\sin(\log(e^x - 1))}.$$

2. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x)(1 - \cos x)}{(e^x - 1) \sin(x^2) + \tan^2(x^2)}.$$

3. Risolvere la seguente equazione in \mathbb{C} :

$$2z^2 - z = \frac{1}{\bar{z}}.$$

4. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2 + 2}{2n^2 - 1}}.$$

5. Dare la definizione di estremo superiore ed inferiore, enunciare le rispettive caratterizzazioni e dimostrarne una.