DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E FISICA "ENNIO DI GIORGI"
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione
Scheda del corso di Analisi Matematica II – A.A. 2017/18, I semestre – 12 CFU
Prof. Diego Pallara

Obiettivi del corso Il corso si propone di fornire, in maniera rigorosa e nello stesso tempo sintetica, i contenuti degli argomenti fondamentali dell'Analisi Matematica 2, includendo anche le funzioni olomorfe e la trasformate di Fourier e di Laplace.
Risultati di apprendimento Dopo il corso lo studente dovrebbe essere in grado di conoscere, comprendere e saper utilizzare i contenuti fondamentali dell'Analisi Matematica. In particolare, lo studente dovrebbe essere in grado di risolvere problemi del tipo:

1. Determinare gli estremi relativi e assoluti (vincolati o no) di funzioni reali di più variabili reali.
2. Calcolare integrali di linea, integrali di superficie, integrali doppi, tripli.
3. Determinare le primitive di campi conservativi.
4. Determinare l'integrale generale di classi fondamentali di equazioni differenziali.
5. Calcolare integrali impropri con l'uso del teorema dei residui.
6. Calcolare la trasformata di Fourier e di Laplace.
7. Risolvere equazioni differenziali lineari con l'uso della trasformata di Laplace.

Programma del corso

1. **Limiti e continuità in più variabili:** Richiami sulle proprietà algebriche di $\mathbb{R}^n$. Distanza e norma in $\mathbb{R}^n$. Intorni sferici, intorni di un punto e punti di accumulazione in $\mathbb{R}^n$. Insiemi aperti, chiusi e loro proprietà. Insiemi limitati in $\mathbb{R}^n$. Chiusura, interno, frontiera e derivato di un sottoinsieme di $\mathbb{R}^n$. Insiemi connessi per poligonali e insiemi connessi. Insiemi convessi e insiemi stellati. Successioni e limiti. Proprietà del limite di successioni. Insiemi compatti e loro caratterizzazione. Limite di funzioni. Caratterizzazione del limite di funzioni mediante successioni. Rette in $\mathbb{R}^n$ ed equazioni parametriche. Direzioni in $\mathbb{R}^n$. Continuità per funzioni di più variabili. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Uniforme continuità. Teorema di Heine-Cantor. Funzioni Lipschitziane. Funzioni vettoriali di una variabile.

2. **Calcolo differenziale in più variabili:** Derivate direzionali e derivate parziali. Differenziabilità di una funzione. Conseguenze della differenziabilità. Differenziabilità della funzione composta (I teorema). Teorema del differenziale totale. Piano tangente. Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor del secondo ordine per funzioni di più variabili. Classificazione e proprietà delle forme quadratiche. Massimi e minimi relativi di una funzione di più variabili; condizione necessaria sul gradiente; condizioni necessarie e/o sufficienti sulla matrice hessiana. Differenziabilità di funzioni a valori vettoriali. Differenziabilità della funzione composta (II teorema). Cambiamenti di coordinate (lineari, polari, cilindriche e sferiche). Massimi e minimi vincolati: vincoli parametrici e cartesiani, vincoli impliciti. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

3. **Curve ed integrali di linea:** Curve regolari. Curve equivalenti. Definizione della lunghezza di una curva. Teorema di rettificabilità. Integrali di linea di funzioni e di campi vettoriali. Campi vettoriali conservativi. Teorema sulle primitive di un campo. Caratterizzazioni dei campi conservativi continui. Condizione necessaria per i campi C^1. Condizione sufficiente sugli aperti stellati. Calcolo delle primitive.

4. **Equazioni differenziali:** soluzioni locali, massimali, globali. Problema di Cauchy. Equivalenza con una equazione integrale. Lemma di Gronwall. Teorema di esistenza e unicità globale. Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità per equazioni di ordine superiore. Equazioni

lineari: integrale generale per equazioni omogenee e non omogenee. Equazioni del I ordine. Metodo di Lagrange o della variazione dei parametri. Equazioni a coefficienti costanti: descrizione del metodo di risoluzione. Altre equazioni integrabili elementarmente: a variabili separabili, omogenee, di Bernoulli, autonome.

5. **Integrali multipli:** La misura di Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. Misura di rettangoli e pluri-rettangoli, misura esterna in $\mathbb{R}^n$. Gli insiemi misurabili e la misura di Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. Proprietà degli insiemi misurabili e della misura. Funzioni misurabili e loro proprietà. Integrale di una funzione semplice e di una funzione positiva. Funzioni di segno qualunque. Proprietà dell'integrale.
   Teorema di Fubini-Tonelli e del sottografico. Integrali doppi e tripli. Formule di riduzione nel caso di domini normali. Teorema di cambiamento di variabile per gli integrali multipli. Cambiamento di variabili lineari, in coordinate polari in $\mathbb{R}^2$, in coordinate cilindriche e sferiche in $\mathbb{R}^3$. Applicazioni. Integrali per funzioni e insiemi illimitati. Teoremi di confronto.
   Passaggio al limite sotto il segno d'integrale: Teorema della convergenza monotona (Beppo Levi), Teorema della convergenza dominata (Lebesgue). Integrali dipendenti da parametri: continuità e differenziabilità.
   Gli spazi $L^p(E)$ per $p = 1, 2, \infty$. Disuguaglianze di Hölder e di Minkowski. Spazi di Hilbert e prodotto scalare in $L^2(E)$. Basi hilbertiane. Uguaglianze di Bessel e di Parseval.
   Superficie regolari, piano tangente e versore normale. Area di una superficie ed integrali di superficie per funzioni scalari. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza in due e tre dimensioni.

6. **Analisi Complessa:** Successioni, limiti e continuità di funzioni complesse. Funzioni olomorfe. Teorema di Cauchy-Riemann e conseguenze. Serie di potenze in campo complesso. Le funzioni elementari. Cammini e integrali curvilinei. Proprietà. Teorema di Cauchy negli stellati. Formula di Cauchy. Disuguaglianze di Cauchy. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Circuiti omotopici e Teorema di Cauchy. Singolarità e serie di Laurent in una corona e in un punto singolare. Classificazione delle singolarità. Residui, metodi di calcolo e il Teorema dei residui. I Teoremi di Jordan. Applicazioni al calcolo di integrali.

7. **Trasformata di Fourier:** La Trasformata di Fourier in $L^1(\mathbb{R}^n)$. Proprietà della trasformata. Regole algebriche e analitiche di trasformazione. Convoluzione. Teorema di inversione. La Trasformata di Fourier in $L^2(\mathbb{R}^n)$. Principali trasformate.

8. **Trasformata di Laplace:** Definizione e proprietà generali. Regole algebriche e analitiche di trasformazione. Inversione della trasformata di Laplace, condizioni sufficienti, formula di Heaviside. Applicazioni alla risoluzione di problemi differenziali. Principali trasformate.

Conoscenze Preliminari: sono propedeutici i contenuti dei corsi di Analisi Matematica I e Geometria ed Algebra.
Modalit di verifica delle conoscenze acquisite: lesame consiste di due prove scritte: esercizi nella prima e quesiti teorici nella seconda. La seconda prova scritta pu essere sostituita da un'interrogazione orale, a richiesta dello studente. Per accedere alla seconda prova bisogna superare la prima. La seconda prova scritta va sostenuta entro la sessione d'esame in cui si è superata la prima. La prima prova consiste nella risoluzione di cinque esercizi del tipo elencato, la seconde nello svolgimento di tre temi teorici sugli argomni svolti. Per ogni tema sono richieste definizioni, enunciati di risultati presentati a lezione, dimostrazione degli stessi (se prevista nel programma), esempi.
Orario di ricevimento: L'orario di ricevimento è pubblicato sulla pagina
`https : //www.matfis.unisalento.it/scheda_personale/ − /people/diego.pallara`
Testi consigliati:
A.Albanese, A.Leaci, D.Pallara: Dispense del corso (in rete).
N.Fusco, P.Marcellini, C.Sbordone: *Analisi Matematica due*, Liguori Editore.
E. Acerbi, G.Buttazzo: *Secondo corso di analisi Matematica*, Pitagora.
P.Marcellini, C.Sbordone: *Esercitazioni di Matematica 2, parte I e II*, Liguori Editore.
F.Tomarelli: *Esercizi di Metodi Matematici per l'Ingegneria*, CLUP, Milano.