Confronto di due misure e discrepanza

Se due misure della stessa grandezza sono in disaccordo, allora si dice che vi è una ***discrepanza***.
Numericamente la discrepanza (o scarto) è definita come segue:

discrepanza = differenza tra due valori misurati della stessa grandezza

Una discrepanza può essere o non essere significativa.

Se nella misura di una velocità si ottengono i risultati

$40 \pm 5\ m/s$ e $42 \pm 8\ m/s$

la discrepanza è minore delle loro incertezze e le due misure sono consistenti.

Se invece i risultati fossero stati

$35 \pm 2\ m/s$ e $45 \pm 1\ m/s$

allora le due misure sarebbero chiaramente inconsistenti e la discrepanza di 10 m/s è significativa.

In questo caso sarebbero necessari controlli accurati per capire cosa è stato fatto di sbagliato.

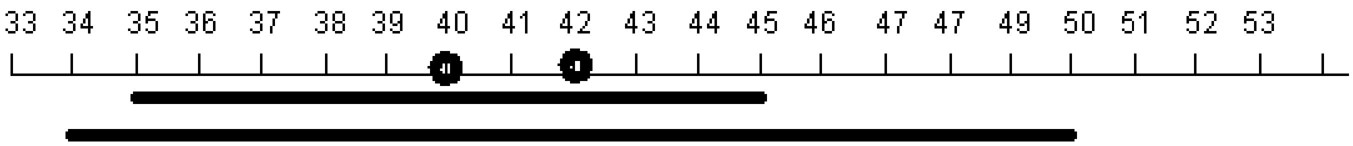
Esempio

Due studenti misurano la capacità di un condensatore e ottengono i risultati

C1 = (40 ± 5) nF e C1 = (42 ± 8) nF

la discrepanza (42 - 40) di 2 nF è minore dei loro errori:

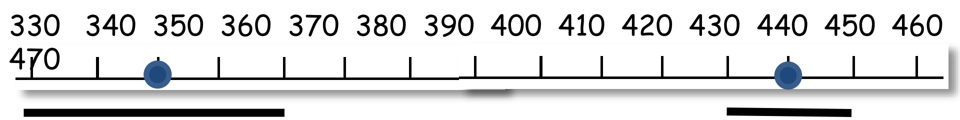
le due misure sono consistenti



D'altra parte se i risultati fossero stati:

C1 = (350 ± 20) nF　　　　e　　　　C1 = (450 ± 10) nF

due misure sarebbero state chiaramente inconsistenti e la discrepanza di 100 nF sarebbe significativa.



Ovvero, in generale, se i due intervalli probabili non sono così vicini da sovrapporsi, le misure non sono consistenti.

Occorre verificare l'esistenza di errori, nelle misure o nei calcoli, che abbiano dato luogo a tale discrepanza.

Confronto di valori

Nel laboratorio frequentemente si misurano grandezze per le quali vi è un *valore accettato* molto accurato che è noto e pubblicato su libri o manuali.

Esempio:
Misura della velocità del suono nell'aria $v_{(accettata)} = 331\ m/s$ (*a temperatura e pressione standard*)

$$v_{(misurata)} = (329 \pm 5)\ m/s$$

La misura è soddisfacente, perché, dal confronto con la $v_{(accettata)}$,questa giace all'interno dell'intervallo stimato della velocità misurata.

Se fosse $v_{(misurata)} = 345 \pm 2\ m/s$

occorrerebbe verificare le misure e i calcoli per trovare dove si è sbagliato ☹ :

- *si è commesso un errore nelle misure o nei calcoli che hanno portato a 345 m/s*
- *è sbagliata la stima dell'errore (345 ±10 m/s sarebbe stato accettabile)*
- *il confronto è stato eseguito con un valore accettato sbagliato (misura effettuata non alla temperatura standard di 0°C ma alla temperatura ambiente di 20°C (v=343m/s)*
- *presenza di errore sistematico, che richiederà una verifica accurata della calibrazione degli strumenti e una revisione dettagliata di tutti i procedimenti*

Media pesata

Supponiamo di avere i risultati di M serie di misure effettuate con procedure differenti e per ciascun campione di dati abbiamo

Valor medio $\bar{x}_j$

Deviazione standard σ_j

Come si combinano i diversi valori delle medie per ottenere la migliore stima della grandezza in esame?

In generale non si può usare la media aritmetica in quanto si darebbe lo stesso "***peso***" a misure che potrebbero avere precisioni differenti.

La migliore stima è data dalla **media pesata**

$$\boxed{\bar{x} = \sum_{j=1}^{M} p_j \bar{x}_j}$$

p_j sono i "***pesi***" e sono determinati in funzione delle incertezze σ_j

$$\boxed{p_j = \frac{\frac{1}{\sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^{M} \frac{1}{\sigma_j^2}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{M} \frac{\bar{x}_j}{\sigma_j^2}}{\sum_{j=1}^{M} \frac{1}{\sigma_j^2}}}$$

Osservazione: poichè i "***pesi***" sono inversamente proporzionali alle varianze → **il peso è maggiore per misure più precise**.

E quale indeterminazione si associa?

Vale la relazione:

$$\boxed{\frac{1}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \sum_{j=1}^{M} \frac{1}{\sigma_j^2}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^{M} \frac{1}{\sigma_j^2}}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{\sigma_{\bar{x}}^2} > \frac{1}{\sigma_j^2}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\sigma_{\bar{x}}^2 < \sigma_j^2}$$

Osservazione: la varianza della media pesata è minore di ciascuna varianza che contribuisce alla determinazione dell’incertezza

Per 2 serie di misure (sperimentatori **A** e **B**)

$$\bar{x} = \frac{\dfrac{\bar{x}_A}{\sigma_A^2} + \dfrac{\bar{x}_B}{\sigma_B^2}}{\dfrac{1}{\sigma_A^2} + \dfrac{1}{\sigma_B^2}}$$

$$p_A = \frac{\dfrac{1}{\sigma_A^2}}{\dfrac{1}{\sigma_A^2} + \dfrac{1}{\sigma_B^2}}$$

$$p_B = \frac{\dfrac{1}{\sigma_B^2}}{\dfrac{1}{\sigma_A^2} + \dfrac{1}{\sigma_B^2}}$$

$$\frac{1}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \frac{1}{\sigma_A^2} + \frac{1}{\sigma_B^2}$$