CAPITOLO 2
ESERCIZI SULLA FATICA OLIGOCICLICA

2.1. PROVA SCRITTA DEL 07/02/2006

Si faccia riferimento ad un componente intagliato sollecitato a trazione da un carico oscillante ($F_{medio} = 0$). La sezione ristretta è un rettangolo con dimensioni b x h ed in tale sezione è stato calcolato un coefficiente di concentrazione delle tensioni $k_t = 2.4$.

a) Determinare il valore del carico cui corrisponderebbe una deformazione plastica localizzata dell'1.5%.

b) Determinare il numero di alternanze che porterebbero a rottura il componente in corrispondenza di una deformazione totale $\Delta\varepsilon = 1.5$ %

Dati:
b = 20 mm
h = 80 mm
Materiale: AISI 1045 bonificato
$\sigma_R = 758$ N/mm^2
$\sigma_y = 552$ N/mm^2
$\sigma_f' = 1791$ N/mm^2
$\varepsilon_f' = 0.35$
b = -0.07
c = -0.69
m = 0.12

RISOLUZIONE

a) Il componente in esame è sollecitato da un carico oscillante, cui corrisponde un carico medio nullo. Considerando un fattore di concentrazione delle tensioni pari a k_t, le sollecitazioni massime agenti si possono così determinare:

$$\sigma_a = k_t \frac{F_a}{bh} \tag{2.1}$$

Supponendo valida la legge di Ludwik, si può scrivere:

$$\sigma_a = \sigma_f' \cdot \varepsilon_p^m \tag{2.2}$$

e considerando $\varepsilon_p = 0.015$ si può ricavare il valore della tensione alternata:

$$\sigma_a = \sigma_f' \cdot \varepsilon_p^m = 1791 \cdot 0.015^{0.12} = 1082 \frac{N}{mm^2} \tag{2.3}$$

Dalla relazione (2.1) si può quindi ricavare il valore di F_a:

$$F_a = \frac{\sigma_a bh}{k_t} = \frac{1082 \frac{N}{mm^2} \cdot 20mm \cdot 80mm}{2.4} = 721.33kN \tag{2.4}$$

b) Utilizzando l'equazione di Manson-Coffin è possibile scrivere:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f^{'}(2N_f)^c \tag{2.5}$$

dove, ponendo $\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{0.015}{2}$ e facendo riferimento al numero di alternanze $N = 2N_f$, si ottiene:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c \tag{2.6}$$

Il valore di N può essere ricavato per iterazione calcolando gli zeri della funzione riportata di seguito:

$$f(N) = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c - \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tag{2.7}$$

La Tabella 1 riassume i risultati del calcolo iterativo di N, che risulta essere compreso tra 1461 e 1484 alternanze. Considerando un valore medio tra questi estremi, si ottiene quindi N_f = 736 cicli.

N	$f(N) = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c - \frac{\Delta\varepsilon}{2}$
500	0,00293325
2000	-0,000546579
1250	0,000331578
1625	-0,000187364
1437,5	4,54133E-05
1531,25	-7,65746E-05
1484,375	**-1,70955E-05**
1460,938	**1,37643E-05**

Tabella 1. Calcolo iterativo del numero di alternanze N

2.2 PROVA SCRITTA DEL 15/05/2007

Un albero a sezione circolare è sollecitato da un momento torcente M.

a) Dimensionare staticamente la sezione in maniera tale che la massima tensione di lavoro sia pari al 85 % della tensione di snervamento.

b) Determinare il numero di cicli di carico N_f che porterebbero a rottura il componente nell'ipotesi in cui il momento torcente generi nel punto di massima sollecitazione una deformazione totale pari a $\Delta\varepsilon$.

c) Supponendo valida per la curva ciclica la legge di Ludwik determinare l'ampiezza di sollecitazione σ_a che corrisponde alla deformazione totale $\Delta\varepsilon$.

Dati:
M = 10 kNm
$\Delta\varepsilon = 1.8$ %
Materiale: 26NiCrMoV115 bonificato
$\sigma_R = 1324$ N/ mm^2
$\sigma_y = 1145$ N/ mm^2
K' = 1986 N/ mm^2
n' = 0.107
$\varepsilon_f' = 0.51$
b = -0.075
c = -0.67
$\sigma_f' = 1889$ N/ mm^2

RISOLUZIONE

a) Poiché l'albero è sollecitato da momento torcente, la massima sollecitazione tangenziale in corrispondenza del diametro esterno è data dalla relazione:

$$\tau_{fless} = \frac{M_t}{J} r = \frac{16 M_t}{\pi d^3} \tag{2.8}$$

Imponendo che questa tensione massima sia pari all'85 % della tensione di snervamento si ottiene:

$$\sqrt{3}\frac{16 M_t}{\pi d^3} = 0.85\sigma_y \tag{2.9}$$

da cui è possibile calcolare il diametro d:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}\cdot 16 M_t}{0.85\pi\cdot\sigma_y}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}\cdot 16\cdot 10000\cdot 1000\,\mathrm{Nmm}}{0.85\pi\cdot 1145\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}} = 44.91\,\mathrm{mm} \tag{2.10}$$

Si assume di conseguenza un diametro pari a d = 45 mm.

b) Il numero di cicli di carico N_f che porterebbero a rottura il componente nell'ipotesi in cui il momento torcente generi nel punto di massima sollecitazione una deformazione totale pari a $\Delta\varepsilon$, si può calcolare con l'equazione di Manson-Coffin:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f^{'}(2N_f)^c \tag{2.5}$$

dove, ponendo $\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{0.018}{2}$ e facendo riferimento al numero di alternanze $N = 2N_f$, si ottiene:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c \tag{2.6}$$

Il valore di N può essere ricavato per iterazione calcolando gli zeri della funzione riportata di seguito:

$$f(N) = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c - \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tag{2.7}$$

La Tabella 1 riassume i risultati del calcolo iterativo di N, che risulta essere compreso tra 1547 e 1554 alternanze. Considerando un valore medio tra questi estremi, si ottiene quindi N_f = 775 cicli.

N	$f(N) = \frac{\sigma_f^{'}}{E}(N)^b + \varepsilon_f^{'}(N)^c - \frac{\Delta\varepsilon}{2}$
5000	-0,00246
1000	0,001446
1500	9,69E-05
1750	-0,00034
1625	-0,00013
1562,5	-2,2E-05
1531,25	3,66E-05
1546,875	**7,14E-06**
1554,688	**-7,4E-06**

Tabella 2. Calcolo iterativo del numero di alternanze N

c) Per ricavare l'ampiezza di sollecitazione σ_a che corrisponde alla deformazione totale $\Delta\varepsilon$, si utilizza la legge di Ludwik (equazione 2.2). Il valore di ε_p da inserire nella formula si ricava dal secondo termine della relazione di Manson-Coffin:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_f^{'}(2N_f)^c = 0.51 \cdot 1550^{-0.67} = 0.0037 \tag{2.11}$$

Sostituendo infine nella legge di Ludwik si ha:

$$\sigma_a = K' \cdot \varepsilon_p^{n'} = 1986 \cdot 0.0037^{0.107} = 1090.9 \frac{N}{mm^2} \tag{2.12}$$